

## Luento 5: Kolmioinnin laskenta

### Luento 5: Kolmioinnin laskenta

#### Ilmakolmiointi

Blokkitasoitus painotetulla PNS-menetelmällä

Kolmioinnin työvaiheet

Anblock-kolmiointi

Virheyhtälöt sädekimpputasoituksessa

Itsekalibrointi blokkitasoituksessa

Likiarvojen hankinta

GPS-havainnot ilmakolmioinnin tukena

Simulointi

Direct sensor orientation

GPS/IMU-integrointi

Integroitu sensorientointi

Tuloksia

Vertailua

## Ilmakolmiointi

- Ilmakolmiointi on kuvajoukon ulkoisten orientointien ratkaisemista stereokartoituksen ja ortokuvauksen tarpeisiin. Kolmioinnin lopputuotteita ovat lisäksi tihennyspisteiden maastokoordinaatit. Kolmioinnilla on erityinen merkitys geometrialtaan yhtenäisen ja tasalaatuisen kartta-aineiston tuottamisessa. Kolmioinnissa kartoitusalueen kuvat käsitellään yhtenä blokkina. Blokkissa kuvat orientoidaan yht'aikaa sisäisesti toisiinsa ja ulkoisesti maaston koordinaatistoon. Kolmioiduista kuvista tulkitut stereomallit ja ortokuvat liittyvät toisiinsa saumattomasti.
  - [../././300/luennot/12/12.html#Ilmakolmiointi](#)
- Kolmiointi on tehtävä, koska kuvien orientointitietoja ei voida havaita suoraan riittävän tarkasti. Orientoinnit lasketaan välillisesti kolmiointipisteiden kuvahavainnoista. Kolmiointipisteitä ovat kuvien väliset liitospisteet sekä kuvien ja maaston väliset lähtöpisteet.
  - Orientointitietoja pyritään havaitsemaan yhä useammin myös suoraan kuvauskoneen navigointitiedoista (*direct sensor orientation*). Kameran projektiokeskusten koordinaatit on laskettavissa GPS- ja inertiahavainnoista, kallistuskulmat kallistusantureilla ja kompassilla tehdyistä havainnoista. Muita välittömiä keinoja ulkoisen orientoinnin osittaiseen havaitsemiseen ovat statuskooppi ja altimetri.
    - Statuskooppi on ilmanpaineen vaihteluja rekisteröivä laite, jolla voidaan määrittää muutokset lentokorkeudessa.
    - Altimetri on tutka- tai laserlaitteella lentokorkeutta rekisteröivä laite.
- Kolmiointi lasketaan kuvablokkina. Havainnot ovat
  - Liitospisteiden kuvakoordinaatit

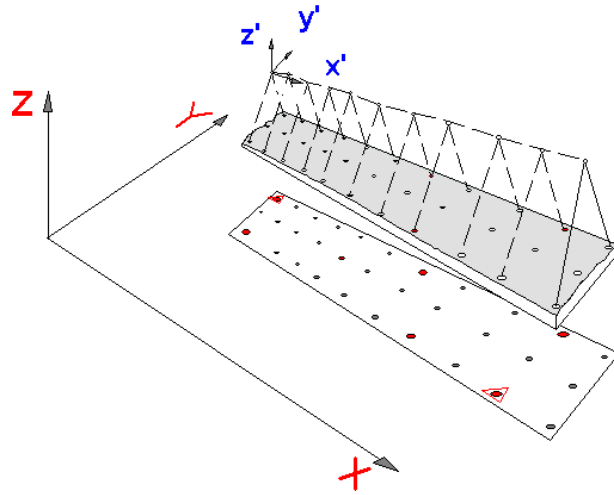
- Maastotukipisteet: kuva- ja maastokoordinaatit
- Suorat ulkoisten orientointien havainnot (navigointihavainnot)
  - GPS: projektiokeskukset
  - GPS/IMU: Projektiokeskukset ja kallistukset
- Orientoinnit lasketaan kolmiointihavainnoista tasoittamalla, eli painotetulla pienimmän neliösumman sovituksella. Laskenta perustuu keskusprojektiokuvauksen koplanaarisuus- ja kollineaarisuusehtoihin. Kuvahavainnoista korjataan kaikki tunnetut systemaattiset virheet ennen tasoitusta eli havainnot redukoidaan samasuoraisiksi ja samatasoisiksi kamerakoordinaateiksi (Luento 4). Rakenteeltaan vahvassa blokissa redukointia voidaan parantaa keskusprojektiomallin lisäparametreilla, jotka selittävät havaintohin mahdollisesti jääneitä systemaattisia kuva- tai kamerakohtaisia virheitä.
  - Tasoitettaessa lähtöpisteitä voidaan painottaa sitä enemmän, mitä paremmin uusien pisteiden koordinaattien edellytetään sovittuvan maastossa käytettyyn kartoitusrunkoon.
- Kohteissa, joissa lähtöpisteistä on harva tai sitä ei ole lainkaan ja ulkoisten orientointien havaintoja ei ole, blokki deformoituu. Deformoitumista voidaan estää vahvistamalla blokin rakennetta. Rakenteeseen vaikuttavat kuvien ja kuvausjonojen peittosuhteet sekä lähtöpisteiden sijoittuminen blokin alueella.
- Nykyisin ilmakolmiointissa hyödynnetään myös navigointihavainnot. Varsinkin laajoissa blokeissa ulkoisten orientointihavaintojen tuki on merkittävä, koska niitä käyttäen lähtöpisteiden määrää voidaan oleellisesti vähentää.
  - Mikäli navigointitiedot ovat tarkkoja, blokin deformoituminen voidaan estää täysin ja lähtöpisteitä tarvitaan ainoastaan paikallisen maastokoordinaatiston osoittamiseen.
- Blokki voidaan sitoa maastokoordinaatistoon myös ns. luonnollisin lähtöpistein. Luonnollisina pisteinä tulevat kysymyksen kuvilta havaitut yksityiskohdat, jotka mitataan maastossa jälkikäteen. Luonnollisten pisteiden identifiointitarkkuus on useimmiten huono, mikä on otettava huomioon blokin rakennetta suunniteltaessa. Hyviä esimerkkejä luonnollisista lähtöpisteistä ovat kaivon kannet ja rakennusten nurkat, korkeakuvauksissa myös teiden risteykset, pensaat ja puut.
  - Luonnollisten korkeustukipisteiden käyttöä voi suositella blokeissa, joissa lähtöpisteistä on harva, koska korkeustukihavainnoilla voidaan blokin deformoitumista estää tehokkaimmin. Jos korkeustukipisteet valitaan maastossa kohteista, jotka ovat tasaisia, havainnot ovat tarkkoja Z-koordinaatin osalta ja identifioinnin epätarkkuus vaikuttaa ainoastaan X- ja Y-koordinaatteihin. Hyviä kohteita korkeustukipisteille ovat maaston lakipisteet, teiden risteysalueet, tasaiset niityt, jne.
- Kolmiointin tarkkuutta voidaan arvioida joko simuloimalla tai koekenttätestein.
  - Simuloimalla kolmiointin tarkkuutta on 1960-luvulla selvitetty mm. Saksassa (Ackermann: mallikolmiointi) ja Suomessa (Kilpelä: sädekimpukolmiointi).
  - Kansainvälinen fotogrammetrian ja kaukokartoituksen seura ISPRS suoritti 1976-1980 perusteellisen sarjan koetöitä kolmiointin käytännön tarkkuuksien selvittämiseksi.
  - Vuonna 1993 Euroopan kokeellisen fotogrammetrian yhteistyöjärjestö OEEPE aloitti koetyöt digitaalisen kuvien käytöstä ilmakolmiointissa.
  - OEEPE tutki automaattisen liitospisteenmittauksen tarkkuutta vuosina 1996-1997.
  - Vuosina 2000-2001 OEEPE:llä oli käynnissä suorapaikannusta ja integroitua sensorientointia koskeva tutkimus.
- Kolmiointin laskenta tehdään joko stereomallein tai sädekimpuin. Mallikolmiointissa havaintoyksikköinä käytetään stereomalleja. Kuvahavainnoista lasketaan ensin

mallikoordinaatit ja tasoituksen virheyhtälöt muodostetaan vasta mallikoordinaattien ja pistetuntemattomien välille. Sädekimppukolmioinnissa tasoituksen havaintoyksikköinä käytetään kuvia ja virheyhtälöt muodostetaan suoraan kuvahavaintojen ja pistetuntemattomien välille.

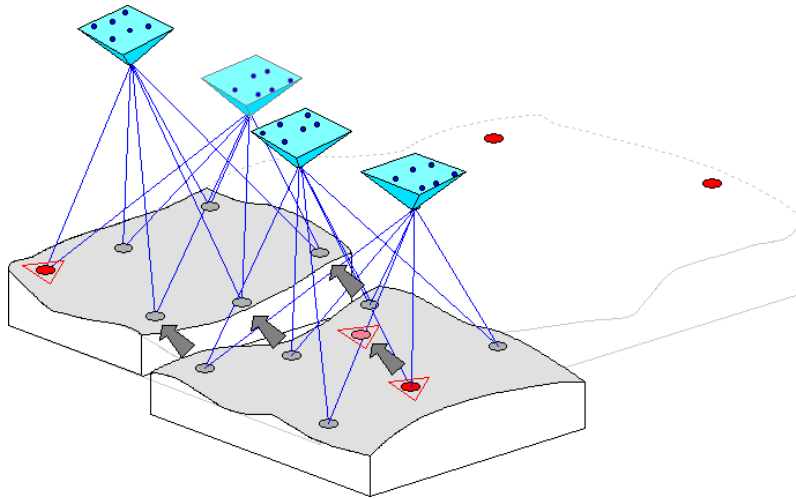
- Tarkimmin fysikaalista mallia vastaa sädekimpputasoitus. Siinä lisäparametrien käyttö on luontevaa, koska virheyhtälöt kohdistuvat alkuperäisiin kuvahavaintoihin. Sädekimppukolmioinnissa yksittäisen kuvahavainnon virhe vaikuttaa kaikkiin kolmioinnilla ratkaistaviin tuntemattomiin, myös ympärillä olevien kuvien orientointeihin.
- Mallikolmioinnin käyttö on käytännön kartoitusprojekteissa yleisempää kuin sädekimppukolmioinnin. Esimerkiksi yleisesti maailmalla käytetyistä Stuttgartin PAT-ohjelmista on myyty mallikolmiointiversiota 150-170 kpl ja sädekimppuversiota 20-25 kpl (tieto vuodelta 1993). Yhtenä syynä mallikolmiointimenetelmän suosioon on ollut sen laskennallinen yksinkertaisuus ja helppokäyttöisyys. Esimerkiksi havaintovirheet paljastuvat nopeasti, koska niiden vaikutus rajoittuu lähinnä mallin liitospisteiden pistetuntemattomiin.
- Orientointimenetelmien kehitys:
  - 1970-1990 sädekimppu- ja mallikolmiointi, itsekaliibrointi, tilastolliset testit, karkeiden virheiden etsiminen
  - 1980-1990: analyttiset stereomittauskojeet, on-line-kolmiointi
  - 1990-2000: skannatut analogiakuvat, GPS-tuettu ilmakolmiointi, automaattinen liitospisteiden mittaus
  - 2000-> digitaaliset fotogrammetriset kamerat, integroitu sensorientointi ja suora georeferointi

Tällä kurssilla käsitellään kolmiointia keskusprojektiokuvilla. Pushbroom-geometrian käsittely on monilta osin samanlaista, eroavuudet löytyvät lähinnä dynaamisen kuvausgeometrian mallinnuksesta.

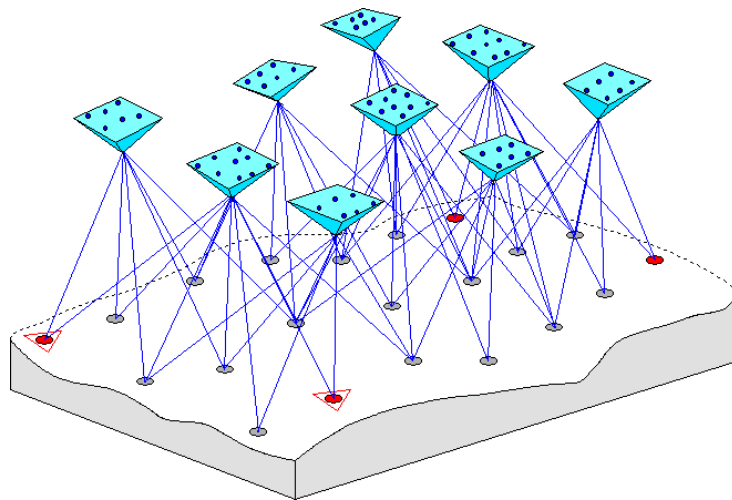
- Terminologiaa
  - GPS/IMU (Global Positioning System/Inertial Measurement Unit): GPS- ja inertiaalimittauksen yhdistäminen sensorin sijainnin ja kallistusten määrittämiseksi
  - Ilmakolmiointi (Aerial triangulation)
  - Suora sensorientointi (Direct sensor orientation)
    - Kuvan orientointien määrittäminen GPS/IMU-datan ja kalibroinnin avulla
  - Integroitu sensorientointi (Integrated sensor orientation)
    - Kuvan orientointien ja kohdekoordinaattien ratkaisu GPS/IMU-havaintojen, kuvakoordinaattien ja optionaalisten maastotukipisteiden (GCP) yhteistasoituksella.
    - Myös epäsuora sensorientointi
  - Suora georeferointi (Direct georeferencing)
    - Kohdekoordinaattien ratkaisu kuvilta käyttäen GPS/IMU-dataa ja kalibrointiparametrejä
    - Myös: orto-oikaisu GPS/IMU-datan, kalibrointiparametrien ja DTM:n avulla



Jonokolmiointi.



Mallikolmiointi.



Sädekimppukolmiointi.

## Blokkitasoitus painotetulla PNS-menetelmällä

$$x'_{ij} = -c \frac{a_{11i}(X_j - X_{oi}) + a_{21i}(Y_j - Y_{oi}) + a_{31i}(Z_j - Z_{oi})}{a_{13i}(X_j - X_{oi}) + a_{23i}(Y_j - Y_{oi}) + a_{33i}(Z_j - Z_{oi})}$$

$$y'_{ij} = -c \frac{a_{12i}(X_j - X_{oi}) + a_{22i}(Y_j - Y_{oi}) + a_{32i}(Z_j - Z_{oi})}{a_{13i}(X_j - X_{oi}) + a_{23i}(Y_j - Y_{oi}) + a_{33i}(Z_j - Z_{oi})}$$

Kuvahavainnot: liitospisteet, maastotukipisteet

$$X_j - X_g = 0$$

$$Y_i - Y_g = 0$$

$$Z_i - Z_g = 0$$

Maastotukihavainnot

$$A \Delta y + B \Delta x = l_i \quad ; P_i$$

$$0 + C \Delta x = l_g \quad ; P_g$$

Error equations for block adjustment.

$$P_i = 1$$

$$P_g = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_g^2}$$

Painotus

## Kolmioinnin työvaiheet

- Ilmakolmiointiprosessi
  - Kuvaus
    - kuvauksen suunnittelu
    - signalointi
    - kuvaus
    - identifiointi
  - Mittaus
    - valmistelu
    - mittaus
    - kuvahavaintojen redukointi
    - likiarvojen laskenta

- Tasoitus
  - virheyhtälöiden muodostaminen
  - välitasoitus
  - virheiden paljastaminen
  - lopullinen tasoitus
- Leikkaus
  - leikkaus
  - lajittelu
  - dokumentointi
- Tasoitusprosessi
  - Kuvakoordinaattien havaitseminen
  - Kamerakoordinaattien laskeminen
  - Mallien ja jonojen laskenta blokiksi ==> Likiarvot orientointi- ja pistetuntemattomille
  - Blokkitasoitus
  - Havaintovirheiden analysointi
  - Pistetuntemattomien eteenpäinleikkaus
- Analyttiset stereokojeet ilmakolmioinnissa
  - Kamerakoordinaattien havaitseminen
    - sisäinen ja keskinäinen orientointi
    - absoluuttinen orientointi likimäärin, joko lähtöpisteillä, GPS-, ja vedenpintahavainnolla, vanhoilla pisteillä, jne.
    - lähtö- ja liitospisteiden osoittaminen
    - uusien pisteiden (rajamerkkien, ym.) osoittaminen
    - tarvittaessa orienti- ja pistetuntemattomien likiarvot kolmiointiin
  - 'On-Line' -kolmiointi
    - karkeiden ja puolikarkeiden virheiden havaitseminen
    - hyvät likiarvot blokkitasoitukseen
  - Tasoitus
    - joko mallikoordinaatein
    - tai kamerakoordinaatein
- Esimerkki: Maanmittauslaitos kolmioi ilmakuvilla vuosittain (vv. 1991-1995) n. 6000 stereomallin verran omassa maastokartoitustoiminnassaan, joilta malleilta kolmioimalla määritettyjä 3-D pisteitä oli yhteensä n 200000 kpl (keskimäärin 30-35 pistettä/malli).

## **Anblock-kolmiointi**

- 2-D Anblock
  - Nivelloidut stereomallit
  - Mallit toisistaan riippumattomissa koordinaatistoissa
  - Helmert-muunnos
- 3-D Anblock
  - Nivelloidut stereomallit
  - Mallit toisistaan riippumattomissa koordinaatistoissa
  - Projektiokeskukset liitospisteinä
  - Vaiheet:
    1. 2-D anblock ilman projektiokeskuksia
    2. muunnos maastokoordinaatistoon

**Virheyhtälöt:**

- XY-lähtöpisteille

$$\begin{cases} v_x = ax - by + c - X \\ v_y = bx + ay + d - Y \end{cases}$$

- XY-liitospisteille

$$\begin{cases} v_x = ax - by + c - X \\ v_y = bx + ay + d - Y \end{cases}$$

- XYZ-liitospisteille  
(= projektiokeskukset)

$$\begin{cases} v_x = -ez + X - x \\ v_y = -fz + Y - y \\ v_z = ex + fy + g + Z - z \end{cases}$$

- liitospisteiden Z-koordinaateille

$$v_z = ex + fy + g + Z - z$$

- lähtöpisteiden Z-koordinaateille

$$v_z = ex + fy + g + Z - z$$

Kaksiulotteisen anblock-mallikolmioinnin virheyhtälöt lisättyinä mallien nivelloinnilla.

HUO	Pko	HUO 11				HUO 12				HUO 21				HUO 22								I					
		a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	x <sup>11</sup>	y <sup>11</sup>	x <sup>12</sup>	y <sup>12</sup>		x <sup>21</sup>	y <sup>21</sup>	x <sup>22</sup>	y <sup>22</sup>	
11	1	1.74	-1.41	1	1																			-6	6		
	11	1.58	-1.38	1	1																						
	12	-1.29	1.08	1	1																						
	12	-1.22	-1.16	1	1																						
	12	-1.29	-1.2	1	1																						
	11					1.85	-1.62	1	1																	-6	6
	11					-1.42	1.15	1	1																		
	2					1.89	-1.78	1	1																		
	2					1.18	1.69	1	1																		
	12					-1.21	-1.22	1	1																		
	12					-1.22	-1.23	1	1																		
12					-1.01	-1.06	1	1																			
12					1.86	-1.81	1	1																			
21	12					1.18	-1.21	1	1																		
	12					-1.21	1.18	1	1																		
	12					1.19	-1.22	1	1																		
	2					1.22	1.19	1	1																		
	2					-1.22	-1.22	1	1																		
	12					-1.22	-1.23	1	1																		
	12					1.18	-1.18	1	1																		
	12																										
	12					1.75	-1.24	1	1																		
	12					-1.24	1.75	1	1																		
	12					-1.25	-1.25	1	1																		
12					-1.25	-1.26	1	1																			
12					-1.42	-1.42	1	1																			
12					1.82	-1.82	1	1																			
12					1.82	-1.83	1	1																			
12					-1.82	1.83	1	1																			
12					-1.82	-1.83	1	1																			
12					-1.83	-1.84	1	1																			
12					1.83	-1.84	1	1																			
12					1.83	-1.85	1	1																			
12					-1.83	1.85	1	1																			
12					-1.84	1.85	1	1																			
12					-1.84	-1.85	1	1																			
12					-1.85	-1.86	1	1																			
12					1.85	-1.86	1	1																			

Kaksiulotteisen anblock-kolmioinnin virheyhtälöiden kerroinmatriisi.

## Virheyhtälöt sädekimpputasoituksessa

$dx/d\omega$	=	$(y-y_0)\sin(\phi)+(z-z_0)\cos(\phi)\sin(\kappa)+(x-x_0)/(z-z_0)\cos(\phi)((x-x_0)\sin(\kappa)+(y-y_0)\cos(\kappa))$
$dy/d\omega$	=	$-(x-x_0)\sin(\phi)+(z-z_0)\cos(\phi)\cos(\kappa)+(y-y_0)/(z-z_0)\cos(\phi)((x-x_0)\sin(\kappa)+(y-y_0)\cos(\kappa))$
$dx/d\phi$	=	$-(z-z_0)\cos(\kappa)-(x-x_0)/(z-z_0)((x-x_0)\cos(\kappa)-(y-y_0)\sin(\kappa))$
$dy/d\phi$	=	$(z-z_0)\cos(\kappa)-(y-y_0)/(z-z_0)((x-x_0)\cos(\kappa)-(y-y_0)\sin(\kappa))$
$dx/d\kappa$	=	$(y-y_0)$
$dy/d\kappa$	=	$-(x-x_0)$
$dx/dX$	=	$1/N((z-z_0)\cos(\phi)\cos(\kappa)-(x-x_0)\sin(\phi))$
$dy/dX$	=	$1/N((z-z_0)\cos(\phi)\sin(\kappa)-(y-y_0)\sin(\phi))$
$dx/dY$	=	$1/N((z-z_0)(\cos(\omega)\sin(\kappa)+\sin(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa))+(y-y_0)\sin(\omega)\cos(\phi))$
$dy/dY$	=	$1/N((z-z_0)(\cos(\omega)\cos(\kappa)-\sin(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa))+(y-y_0)\sin(\omega)\cos(\phi))$
$dx/dZ$	=	$1/N((z-z_0)(\sin(\omega)\sin(\kappa)-\cos(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa))+(x-x_0)\cos(\omega)\cos(\phi))$
$dy/dZ$	=	$1/N((z-z_0)(\sin(\omega)\cos(\kappa)-\cos(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa))+(y-y_0)\cos(\omega)\cos(\phi))$
$dx/dX_0$	=	$-dx/dX$
$dy/dX_0$	=	$-dy/dX$
$dx/dY_0$	=	$-dx/dY$
$dy/dY_0$	=	$-dy/dY$
$dx/dZ_0$	=	$-dx/dZ$
$dy/dZ_0$	=	$-dy/dZ$
$dx/dx_0$	=	1
$dy/dx_0$	=	0
$dx/dy_0$	=	0
$dy/dy_0$	=	1
$dx/dz_0$	=	$-(x-x_0)/(z-z_0)$
$dy/dz_0$	=	$-(y-y_0)/(z-z_0)$
$dx/dz$	=	$-dx/dz_0$
$dy/dz$	=	$-dy/dz_0$
N	=	$(X-X_0)\sin(\phi)-(Y-Y_0)\sin(\omega)\cos(\phi)+(Z-Z_0)\cos(\omega)\cos(\phi)$

Virheyhtälökertoimet eli kuvahavaintojen differentiaaliyhtälöt ratkaistavien orientointi- ja pistetuntemattomien suhteen.

## Itsekalibrointi blokkitasoituksessa

- Sekä systemaattiset että satunnaiset virheet deformaavat kuvablokin, mikä näkyy tasoituksen jälkeen lähtöpisteiden jäännösvirheinä. Systemaattiset virheet näkyvät kuvahavaintojen jäännösvirheissä esiintyvinä säännöllisyyksinä.
- Jos matemaattista mallia laajennetaan lisäparametrein, joita ovat pääpisteen tai kameravakion korjaus ja optiikan piirtovirheet, voidaan tasoituksen jälkeiset kuva- ja kohdehavainnot sovittaa paremmin yhteen.

Affiinisuus:

$$\Delta x = xs + ya$$

$$\Delta y = 0$$

Radiaalisen piirtovirheen korjaus

$$\Delta x = k_1 xr^2 + k_2 xr^4 + k_3 xr^6$$

$$\Delta y = k_1 yr^2 + k_2 yr^4 + k_3 yr^6$$

Tangentialisen piirtovirheen korjaus

$$\Delta x = p_1(r^2 + 2x^2) + 2p_2xy$$



$$\Delta y = 2p_1xy + p_2(r^2 + 2y^2)$$

Missä

$$r^2 = x^2 + y^2$$

*Ebnerin matemaattiset parametrit's parameters (Ebner 1976)*

$$\begin{aligned} \Delta x &= b_1x + b_2y - b_3(2x^2 - 4b^2/3) + b_4xy \\ &\quad + b_5(y^2 - 2b^2/3) + b_7x(y^2 - 2b^2/3) \\ &\quad + b_9y(x^2 - 2b^2/3) + b_{11}(x^2 - 2b^2/3)(y^2 - 2b^2/3) \\ \Delta y &= -b_1y + b_2x + b_3xy - b_4(2y^2 - 4b^2/3) \\ &\quad + b_6(x^2 - 2b^2/3) + b_8y(x^2 - 2b^2/3) \\ &\quad + b_{10}x(y^2 - 2b^2/3) + b_{12}(x^2 - 2b^2/3)(y^2 - 2b^2/3) \end{aligned}$$

missä  $b = (1-p) \cdot \text{kuvakoko} = 0.4 \cdot 0.23\text{m} = \text{kuvakanta}$

Tasoituksessa valitaan tilastollisesti merkittävät lisäparametrit.

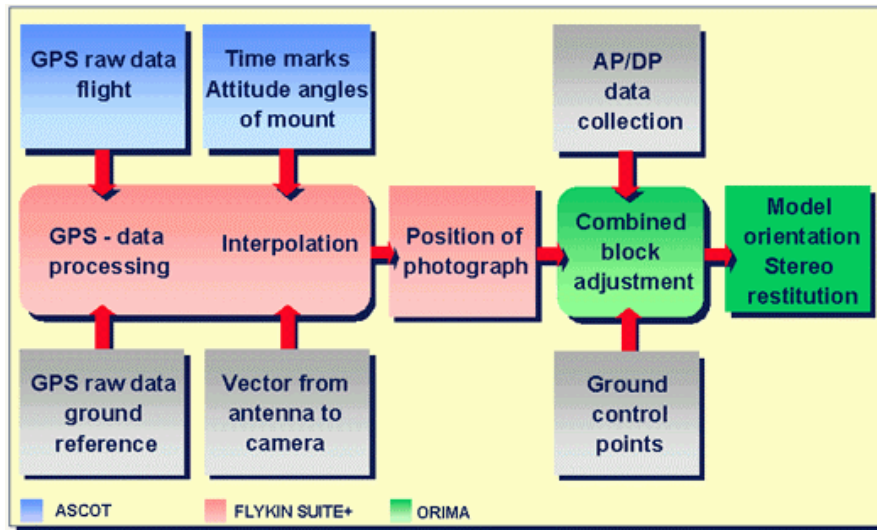
## Likiarvojen hankinta

- Koska kolmioinnin kuvausyhtälöt ovat epälineaarisia tuntemattomien suhteen, ne on linearisoitava.
- Linearisoiminen edellyttää likiarvojen laskemista sekä orientointi- että pistetuntemattomille, jotta virheyhtälöt voidaan muodostaa. Tasointus on iteratiivista, ja väliakaisina tuntemattomina käytetään likiarvoihin tehtäviä parannuksia.
- Ilmakolmioinnissa likiarvot voidaan havaita suoraan kartalta ja kuvaustiedoista, kun lentokorkeus tunnetaan, ja kallistukset ovat pieniä. Projektiokeskusten GPS-havainnot sekä suorat orientointihavainnot käyvät sellaisenaan likiarvoina.
- Nykyaikaisessa ilmakuvakamerassa kuvaushetket kamera- ja kuvaliikkeet kompensoidaan, ja kuvaus on lähes nadiirikuvaus.
  - Kuvaliikkeen kompensointi perustuu maaston liikettä mittaavan korrelaatio- ja sensorin havaintoihin.
  - Koneen heilahduksista aiheutuvien kameraliikkeiden eli poikittais- ja pitkittäiskallistuksen kompensointi perustuu hyrrästabiloituneen jalustan horisonttisen sensoreiden havaintoihin.
  - Kuvauskoneen suuntahyrrällä kompensoidaan koneen pituusakselin ja lentosuunnan välinen kiertokulma eli sortuma, ja kamera voidaan kiertää tarkasti kuvajonon suuntaan.

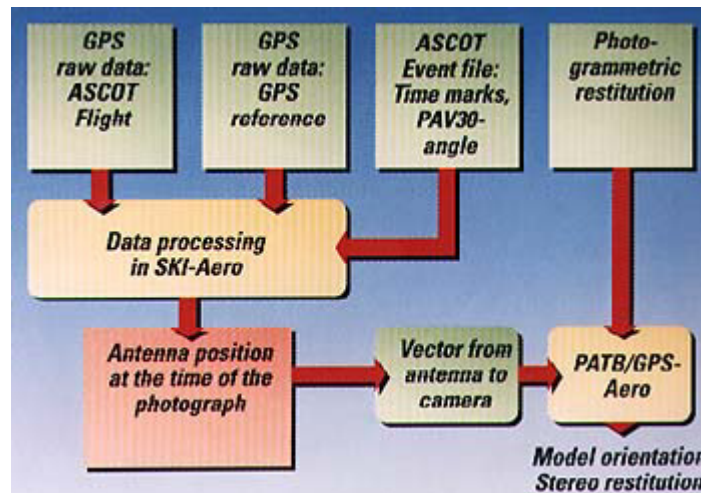
## GPS-havainnot ilmakolmioinnin tukena

- Satelliittipaikannukseen perustuva kameran ulkoisen orientoinnin havaitseminen on välitön keino määrittää ilmakuvien projektiokeskuksen koordinaatteja. Kuva- ja kohdehavainnoilla voidaan määrittää ilmakuvien ulkoinen orientointi vain välillisesti. Näitä käytetään GPS-blokeissa sekä kuvien välisinä että blokin ja kohdekoordinaatiston välisinä liitospistehavaintoina.
- Suhteellinen kinemaattinen GPS
  - Kuvauskoneeseen sijoitetun antennin jatkuvaa paikantamista lennon aikana, suhteessa kiinteään maa-asemaan.

- Kuvan projektiokeskuksen paikantamista jonolla, suhteessa naapurikuvaan ja kuvajonon paikantamista blokissa, suhteessa naapurijonoon.
- Havainnot talletetaan lennon aikana massamuistiin ja prosessoidaan myöhemmin. Tarkat kuvanottoapaikat interpoloidaan GPS-havainnoista, mikä edellyttää sekä kameran sulkimen että GPS-vastaanottimen tahdistamista ajanmittaukseen.
- Maastoon merkittävien kiinto- eli runkopisteiden määrä on oleellisesti pienempi kuin ilmakolmioinnissa. Ilmakolmioinnin luonne muuttuu karttarungon tihentämisestä kuvien ulkoisten orientointien määrittämiseksi.
- Simuloimalla on voitu osoittaa, että GPS-havaintoihin tukeutuva kolmiointi tuottaa tarkkuudeltaan erittäin homogeenisia blokkeja eikä tarkkuus riipu blokin koosta. Samaan tarkkuuteen päästään perinteisellä ilmakolmioinnilla ainoastaan lähtöpisteiltään hyvin tiheissä blokeissa.
- GPS-tuetuissa blokeissa kuvien projektiokeskukset voidaan määrittää 5 - 10 cm:n tarkkuudella. Koska tämä perustuu GPS-havaintojen sisäiseen tarkkuuteen eikä ulkoiseen, hyvä tarkkuus saavutetaan vasta blokkitasoituksen myötä. Ulkoisen orientoinnin määritystarkkuus ei myöskään riipu kuvauskorkeudesta eikä kuvamittakaavasta. GPS-kolmiointi soveltuukin käytännössä kaikkiin kartoitustehtäviin alkaen mittakaavasta 1:1'000.
  - Simuloimalla on voitu osoittaa, että GPS-tuetun blokin tarkkuutta voidaan teoriassa arvioida vaakatasossa lausekkeella  $1.5 \sigma_0 \cdot s$  ja korkeudessa  $2.0 \sigma_0 \cdot s$ , missä  $s$  on mittakaavaluku. (*Ackermann, 1994*)
  - Käytännön koetöissä on päästy samaan tulokseen. Yhdeksässä GPS-tuetussa blokissa uusien pisteiden koordinaatteja verrattiin maastossa tehtyihin tarkastusmittauksiin ja saatiin koordinaattien poikkeamiksi  $1.5 \sigma_0 \cdot s$  tasossa ja  $2.2 \sigma_0 \cdot s$  korkeudessa. Vastaavaan tulokseen on päästy OEEPE:n selvityksessä, missä tarkastettiin 15 GPS-tuettua pistetihennysblokkia mittakaavoissa 1:3'300 - 50'000. Havainnot kerättiin käytännön kartoitustöistä viidestä eri maasta ja kaikissa käytettiin ylimääräisiä poikittaisia kuvausjonoja. (*Ackermann, 1994*).
- GPS-havaintoja käytetään myös kuvauslennon navigoimiseen. Navigointia ohjataan kuvaussuunnitelman mukaisilla reittitiedoilla. Navigoinnin paikantamisepätarkkuus saa olla korkeintaan 5 mm kuvalla, mikä vastaa esim. 50 m kuvamittakaavassa 1:10000. Mittaustapa on koodipseudoetäisyyksien havaitsemiseen perustuvaa absoluuttista paikannusta tai differentiaalista paikannusta (DGPS), jossa reaaliaikaisesti hyödynnetään radioteitse saatavaa korjaussignaalia. Suunniteltu ja laskettu reitti näytetään lentäjälle ja navigaattorille. Kameran laukaistaan suunnitellun kuvanottoapaikan koordinaattien mukaan, ei peittosäätimen perusteella. Täsmäkuvaukseen täydentyy nykyaikaisen ilmakuvakameran kamera- ja kuvaliikkeiden kompensoinneilla. | [Ascot](#) | T-Flight |
- Julkaisuja
  - [GPS Global Positioning System \(P. Dana\)](#)
  - [Global Positioning System \(University of Iowa\)](#)
  - [GLONASS Global Navigation Satellite System \(CSIC RSF\)](#)



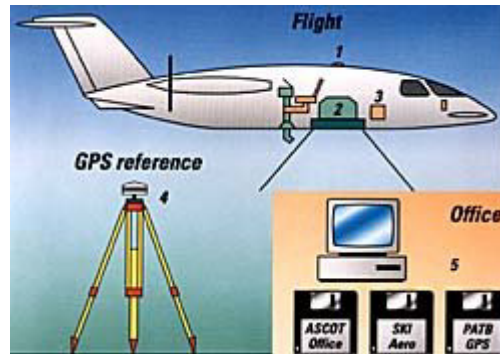
Aerial photography workflow. ([Leica, 2001](#)).



Aerial photography workflow. ([Leica, 1999](#)).



Ilmakuva-kamera RC30 ja hyr- rästabiloitu kamerajalusta PAV30. The gyro-stabilized mount compensates for pitch, roll and drift of the aircraft, for example due to turbulence. Photography is sharper and the resultant block closer to the required flight plan. The PAV30 can be connected to aircraft navigation systems. ([Leica, 1999](#)).



Leica Aerial Camera System. GPS antenna in aircraft (1), RC30 aerial camera with PAV30 mount (2), ASCOT system with GPS (3), GPS reference station (4), and software for data processing (5). ([Leica, 1999](#)).



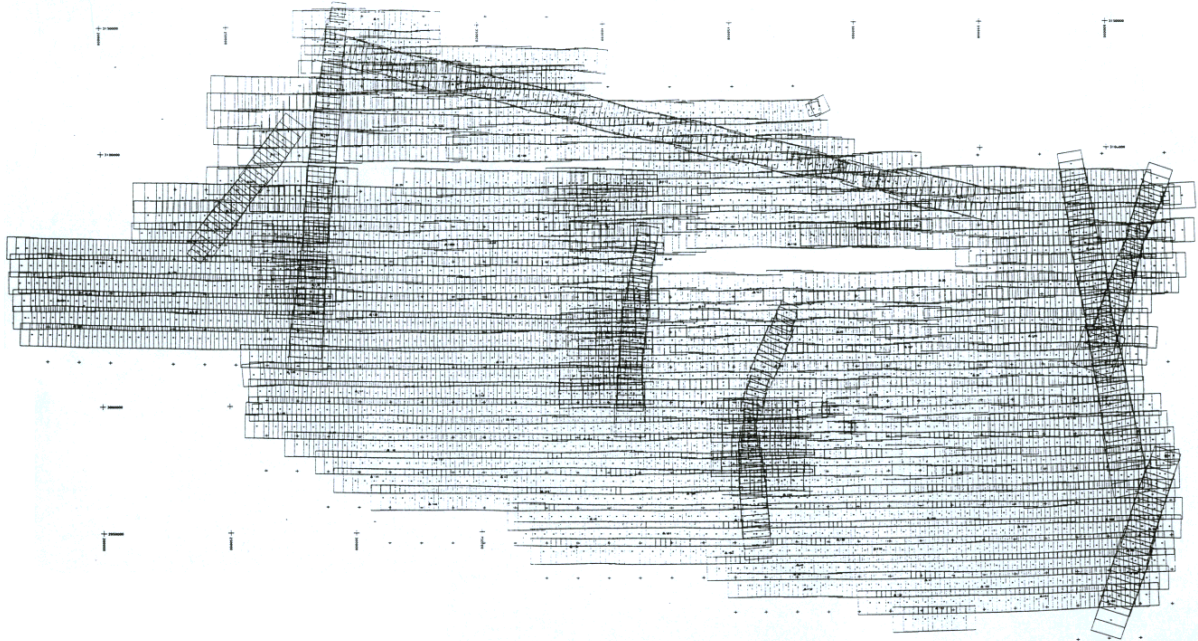
Leican ilmakuvauksen suunnittelu-, navigointi- ja paikannusjärjestelmä ASCOT (Aerial Survey Control Tool). The flight plan is transferred to on-board control computer, linked to airborne GPS. The LCD displays for pilot and camera operator give information to fly the aircraft during approaches, turns and along the planned flightlines. ASCOT takes control of both the gyro-stabilized mount and the camera. Outputs include flight reporting and GPS data for post-processing or use in triangulation systems.

Ehtoyhtälöt projektiokeskuksen GPS-havainnoille. Näillä kompensoidaan GPS-havainnoissa esiintyvät systemaattiset virheet (offset ja ajan suhteen lineaariset ajautumat). Parametrit voivat olla jono, osablokki tai blokkikohtaisia. Tässä oletetaan, että kamera liikkuu kiinteästi koneen rungon suhteen, jolloin  $\mathbf{R}$  muuttuu koneen asennon mukaan. Mikäli kuvaus on tehty käyttäen kameran kallistuksen vakaajaa, koneen ja kameran kiertomatriisit poikkeavat toisistaan ja tämä ero täytyy huomioida omana muuttujana.

$$\begin{bmatrix} X_{GPS} \\ Y_{GPS} \\ Z_{GPS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \mathbf{R} \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} (t-t_0)$$

- $X_{GPS}, Y_{GPS}, Z_{GPS}$  GPS-antennin sijainti kuvaushetkellä (vaihekeskipiste)  
 $X_0, Y_0, Z_0$  kameran projektiokeskuksen sijainti  
 $d_x, d_y, d_z$  antennin ja kameran välinen siirtovektori kamerakoordinaatistossa

- R** kiertomatriisia kamerasta kohteeseen
- aX, aY, aZ** GPS-havaintojen vakiovirhe (*shift*, siirtymä jonolla *k*,)
- bX, bY, bZ** GPS-havaintojen ajan mukana lineaarisesti muuttuva virhe (*drift*, liukuma) hetkellä **t** (kuvaushetki) verrattuna referenssihetkeen **t<sub>0</sub>** (kuvaushetki jonon ensimmäiselle kuvalle)

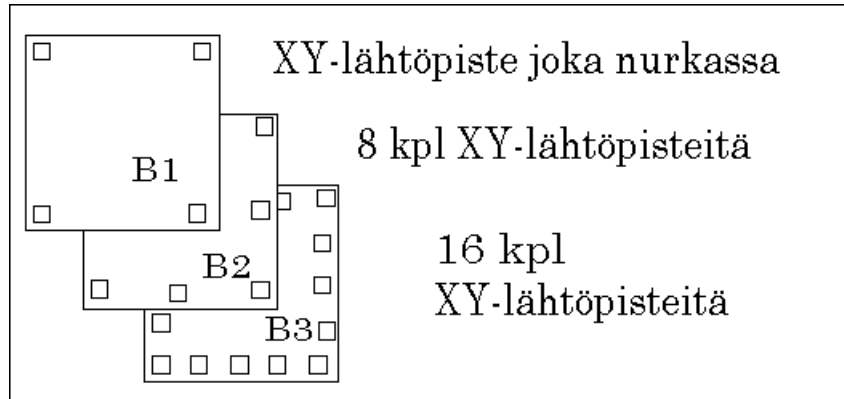


FM-Internationalin kuvaama GPS-blokki Nepalissa. Poikittaiset jonot ovat GPS-havainnointiin liittyviä tukijonoja. Blokissa on kaikkiaan 3225 kuvaa. Ilmakolmioinnin blokkitasoitus tehtiin kahdessa osassa. Tasoituksen jälkeiset lähtöpisteiden jäännösvirheet olivat toisessa puoliblokissa X- ja Y-koordinaateille 0.9 - 1.0 m ja Z-koordinaateille 1.3 m. Projektiokeskusten jäännösvirheiden RMS-arvot olivat X 0.026 m, Y 0.034 m ja Z 0.240 m. Kolmiointiblokki tasoitettiin maanmittauslaitoksen ohjelmalla 'MMH850-GPS'. (*Kimmo Nurminen, 1995*)

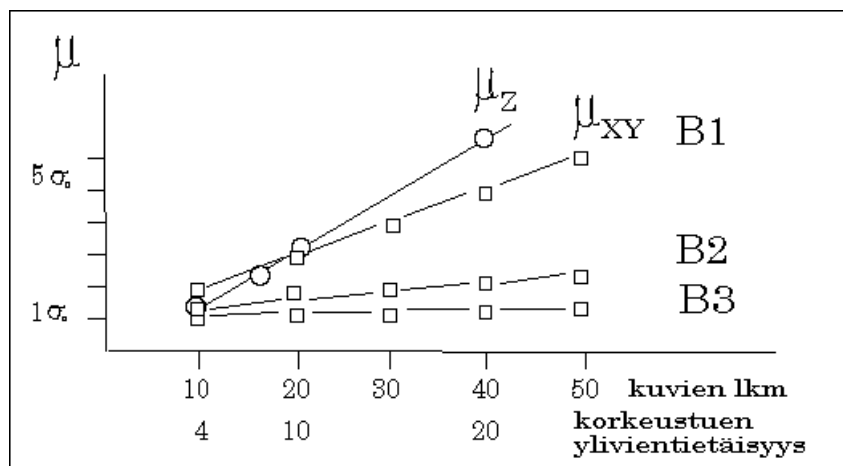
- Viitteet
  - *Kimmo Nurminen, 1995. GPS ja blokkikolmiointi, Fotogrammetrian, kaukokartoituksen ja kuvatulkinnan seminaariesitelmät 1995, Espoo, 1995.*

## Simulointi

Kolmiointi ilman ulkoisia orientointihavaintoja, testejä 1970:



Blokin geometria ja lähtöpisteet.



	p=60%, q=20%	p=q=60%
Mean planimetric accuracy	P1: $\mu_L \approx 0.9 \sigma_0$ P2: $\mu_L \approx (0.5 + 0.025 n) \sigma_0$ P3: $\mu_L \approx (0.3 + 0.08 n) \sigma_0$ P4: $\mu_L \approx 0.27 n \sigma_0$	$\mu_L \approx 0.6 \sigma_0$ $\mu_L \approx (0.4 + 0.015 n) \sigma_0$ $\mu_L \approx (0.3 + 0.04 n) \sigma_0$ $\mu_L \approx 0.14 n \sigma_0$
Mean height accuracy	$\mu_Z \approx (1.0 + 0.18i) \sigma_0$	$\mu_Z \approx 0.31 i \sigma_0$
Where	P1: dense ground control in the block borders with $i=2b$ , P2: 16 GCPs on the block borders P3: 8 GCPs on the block borders P4: 4 GCPs (1 GCP in each block corner) $n$ = number of base lengths $i$ = bridging distance	

Theoretical accuracy models for bundle blocks;  $c = 15$  cm, errorless GCPs.

If

$$\sigma_{CP} = \sigma_0, \sigma_{CP} \leq \sigma_0 s, \sigma_{GPS} \leq \bar{\sigma}_0 = \sigma_0 s, (s = \text{photo scale number})$$

then

$$\mu_{X,Y} \leq 1.0 \bar{\sigma}_0 \text{ and } \mu_Z \leq 1.6 \bar{\sigma}_0,$$

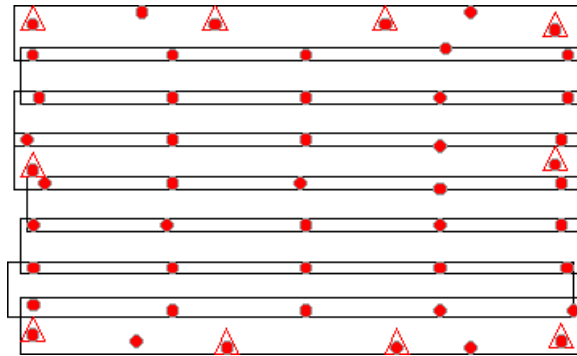
with 4 XYZ GCPs in block corners and no drift

$$\mu_{X,Y} \leq 1.5 \bar{\sigma}_0 \text{ and } \mu_Z \leq 2.0 \bar{\sigma}_0,$$

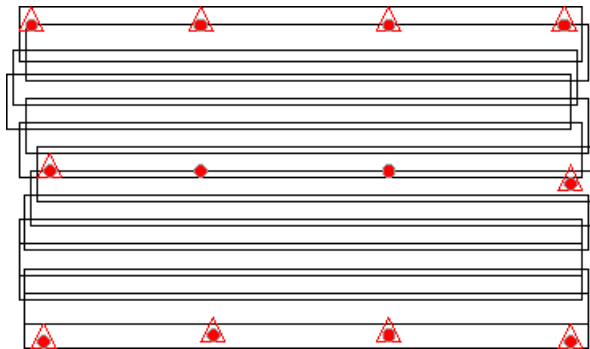
with 4 XYZ GCPs, 4 Z GCPs in block corners, 2 cross-strips and drift parameters per strip

Ackermann's accuracy models for GPS-supported AT;  $c=15$  cm,  $p=60\%$ ,  $q=20\%$ ; from Ackermann (1992).

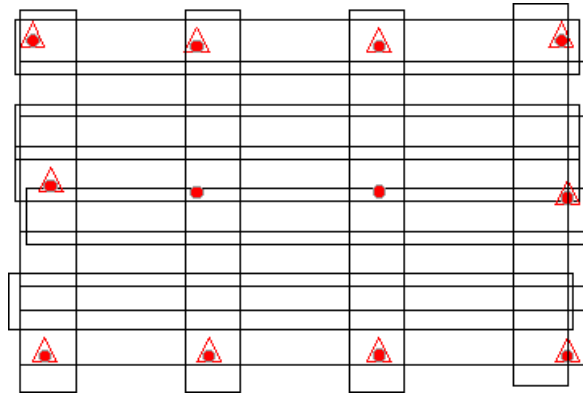
### Pistetihennyksen tarkkuus blokin koon ja lähtöpistegeometrian mukaan.



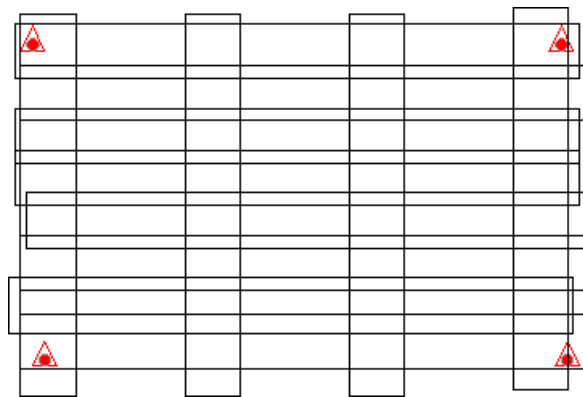
Blokin lähtöpisteet, kun kuvaus on tehty 20 - 40 % sivupeitolla. XYZ-lähtöpisteet sijoitetaan blokin reunoille 4 - 6 kuvakannan välein. Blokki tuetaan korkeustukipisteillä, joita tarvitaan jonojen suunnassa 4 kannan välein, poikkisuunnassa joka saumassa.



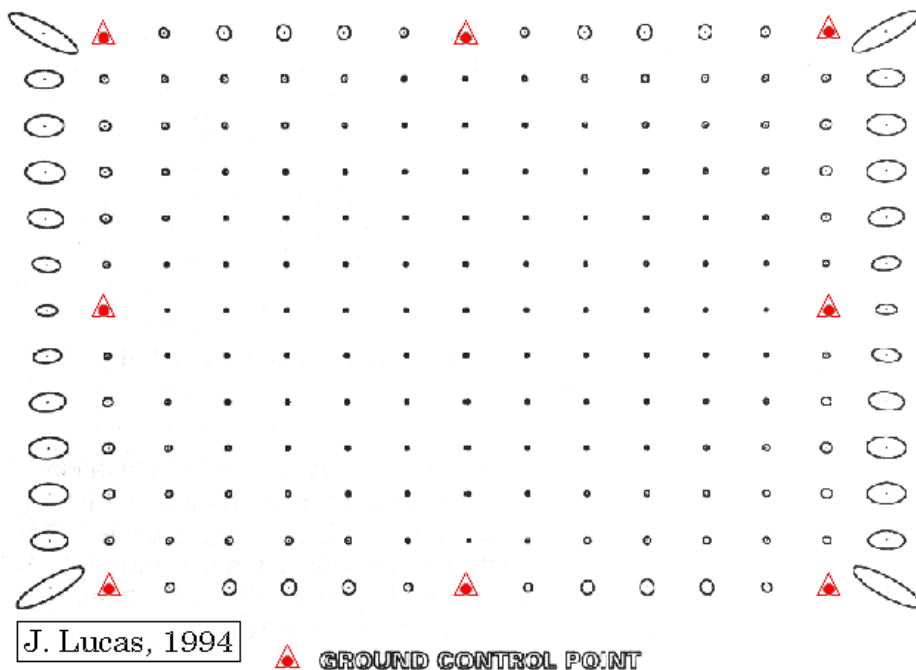
Blokin lähtöpisteet, kun kuvaus on tehty 60 % sivupeitolla. XYZ-lähtöpisteet sijoitetaan blokin reunoille kuten edellisessä, mutta korkeustukipisteitä tarvitaan vähemmän, eli yli koko blokin 4 kannan välein.



Blokin lähtöpisteet, kun kuvaus on tehty 20 - 40 % sivupeitolla ja ylimääräisillä, poikittaiset korkeustukipistejot korvavilla poikittaisilla kuvausjonoilla.



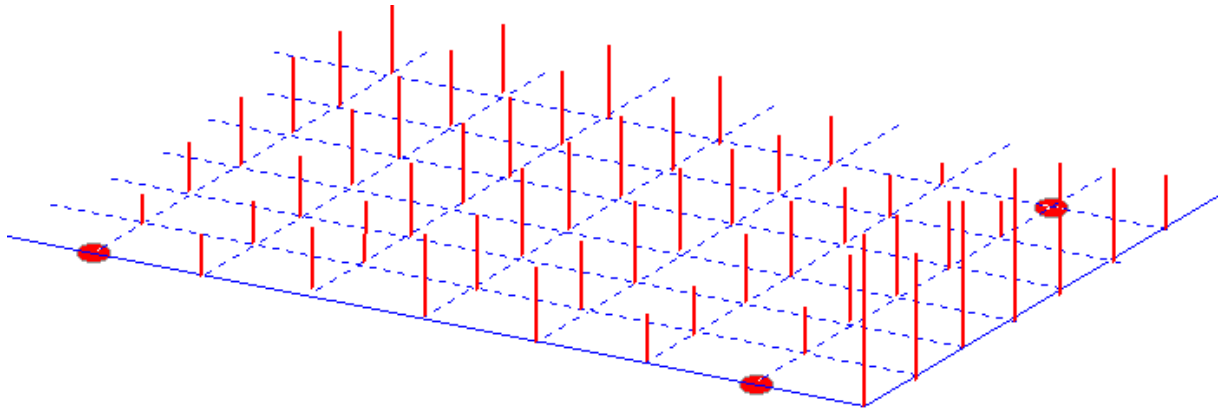
Blokin lähtöpisteet, kun kuvaus on tehty 20 - 40 % sivupeitolla ja blokkitasoitus tuettu GPS-havainnoilla. Mukana myös poikittaiset kuvajonot



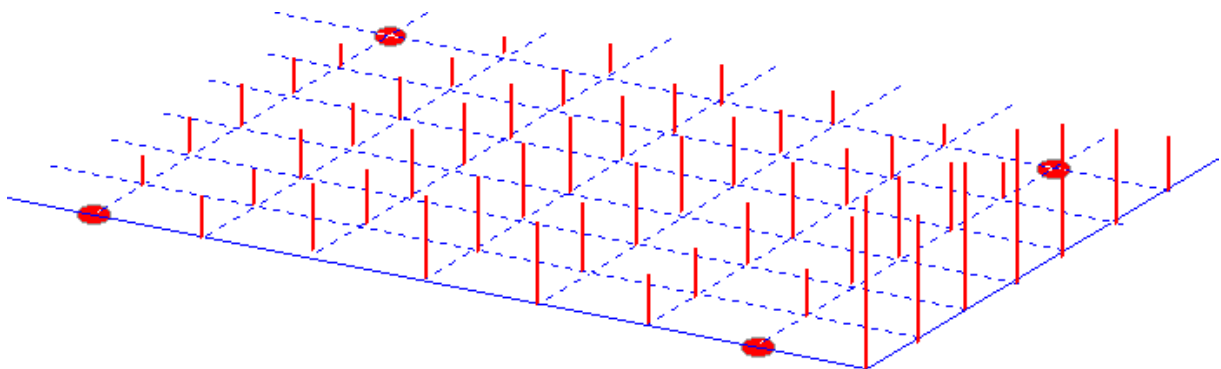
Tässä blokissa lähtöpisteet on sijoitettu reunoille seitsemän kuvakannan välein. Virhe-ellipsit kuvaavat ilmakolmioinnin avulla määritettyjen uusien pisteiden tasokoordinaattien virheitä.



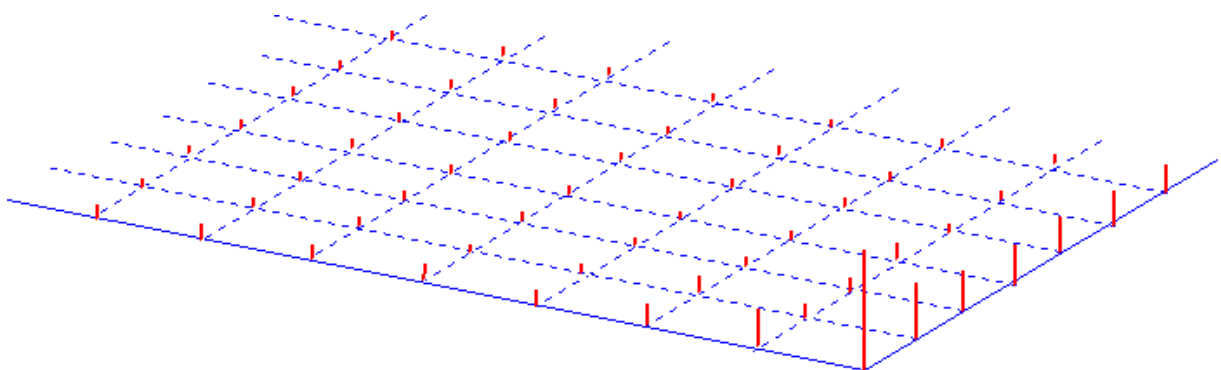
Kuvien väliset peitot ovat sekä jono- että sivusuunnassa 60%. Kuvien väliset liitospisteet näkyvät tällöin aina yhdeksällä kuvalla paitsi blokin reunoilla ja nurkissa, jossa sama piste näkyy vähimmillään vain kahdella kuvalla. Blokin sisällä blokin geometria on kauttaaltaan hyvä ja pisteet määrittyvät lähes yhtä tarkasti riippumatta siitä, miten etäällä ollaan blokin reunasta. Blokin reunoilla epätarkkuus lisääntyy nopeasti (*edge effect*). Ilmiö korostuu, kun mitataan uusia pisteitä lähtöpisteiden rajoittaman alueen ulkopuolella. Mikäli tässä blokissa lähtöpisteet korvattaisiin GPS-havainnoilla, virhe-ellipseissä muutokset olisivat vähäiset.



Saman blokin virhevektorit korkeuskoordinaateissa. Epätarkkuus lisääntyy tasaisesti sitä mukaa, kun etäännyttään lähtöpisteistä. Blokki deformatuu.

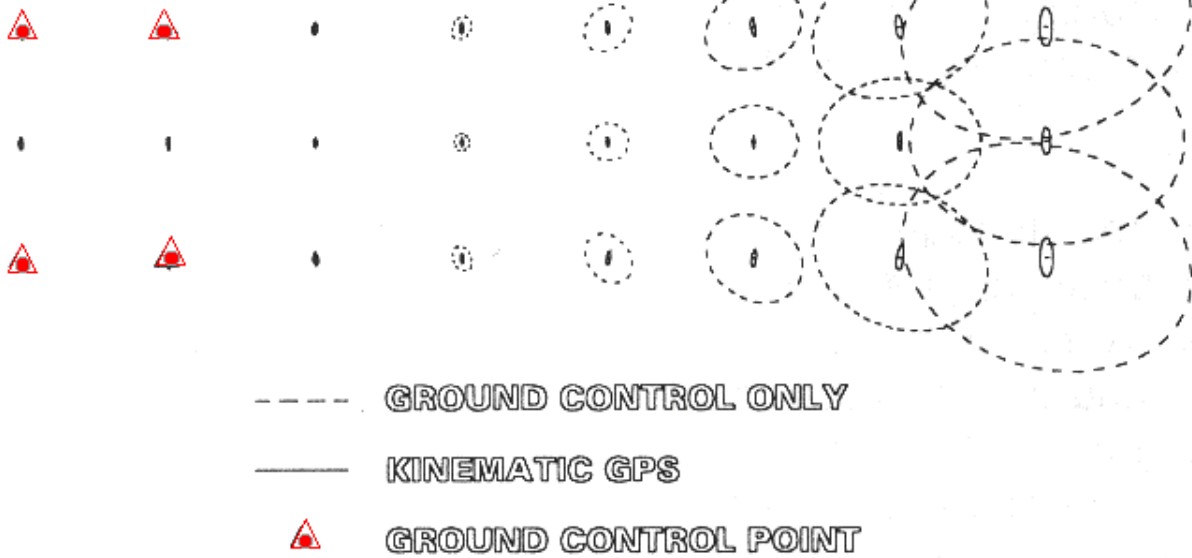


Korkeuskoordinaattien tarkkuus paranee, kun blokin sisällä mitataan lisää korkeustukipisteitä.



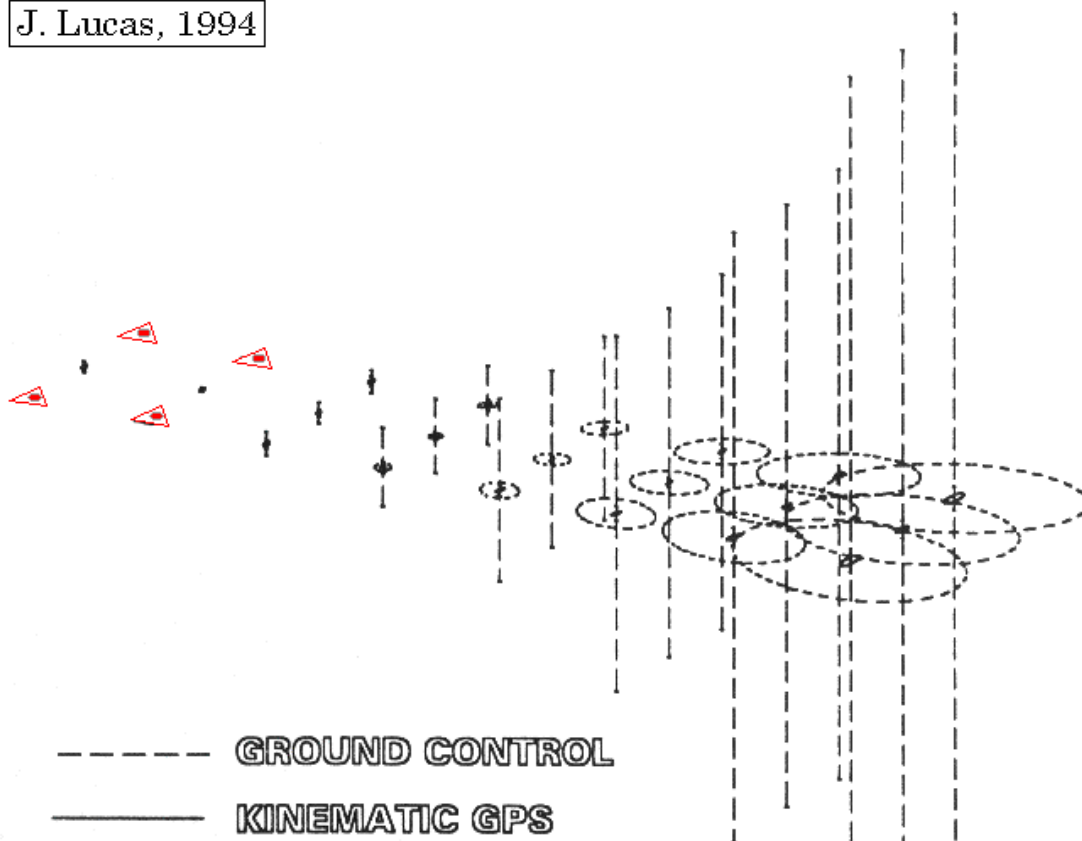
Kun lähtöpisteet korvataan GPS-havainnoilla, blokin deformaatio on vähäistä. Kameran projektiokeskukset toimivat korkeustukipisteinä.

J. Lucas, 1994



Tämä blokki on kuvattu yhtenä jonona ja lähtöpisteet on sijoitettu vain jonon toiseen päähän. Uusien pisteiden tasokoordinaattien virheet kasvavat nopeasti. Kun blokkaa tuetaan GPS-havainnoilla, tarkkuus paranee. Virhe-ellipsit suuntautuvat jonon poikki.

J. Lucas, 1994



Korkeuskoordinaatin epätarkkuus kasvaa jonollakin tasokoordinaatteja nopeammin. Kun blokkaa tuetaan GPS-havainnoilla, deformaatiota ei esiinny.

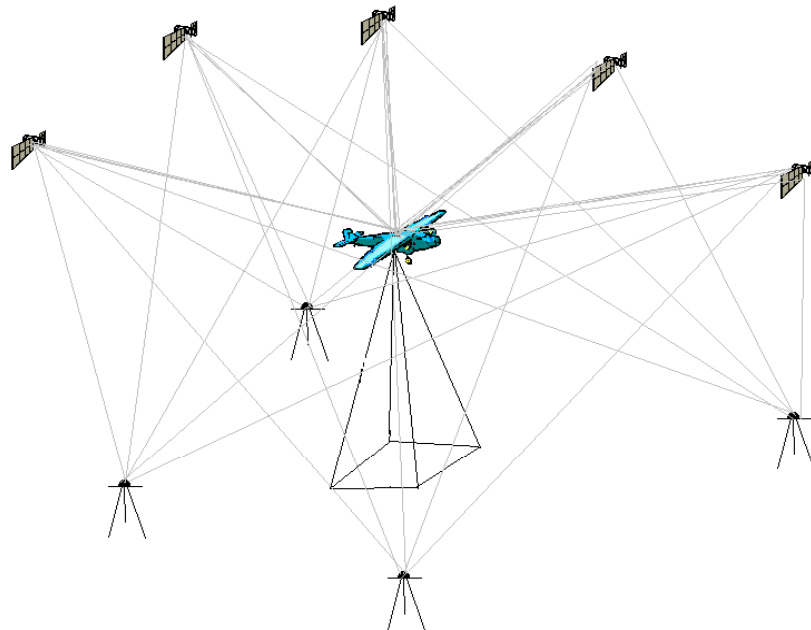
- Viitteet
  - *James R. Lucas, 1996. Covariance Propagation in Kinematic GPS Photogrammetry, Manual of Photogrammetry Addendum, American Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Bethesda, Maryland, 1996, p. 124-129.*

## Direct sensor orientation

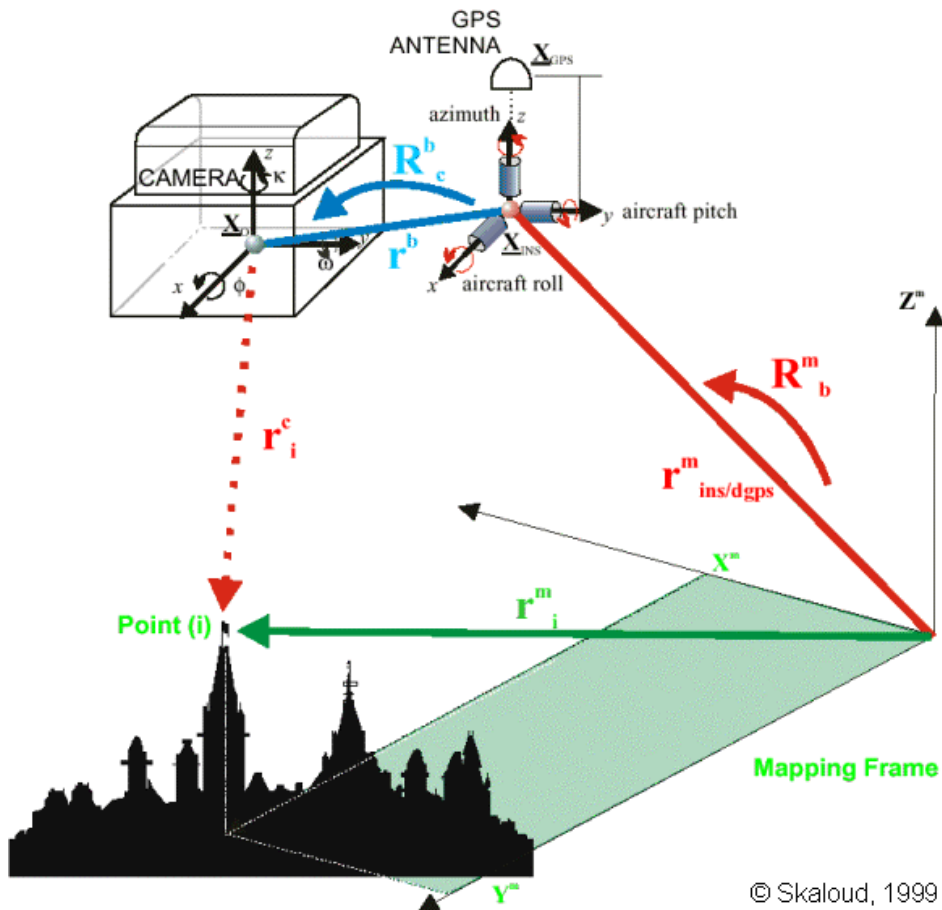
- Suora sensorientointi mahdollistaa nopean ja joustavan tiedonkeruun ja prosessoinnin. Monien kaukokartoitusaineistojen tapauksessa, mm. laserkeilaus, SAR, CCD-rivigeometriaan tai pieniin CCD-matriiseihin perustuvat kuvat (esim. ADS40, HRSC-AX), suora sensorientointi on välttämätöntä, jotta kuvia voitaisiin taloudellisesti hyödyntää. GPS/IMU tulee olemaan standardi osa tulevaisuuden kuvausjärjestelmiä. Kartoitussovellutusten osalta vaikeiden kohteiden, kuten tekstuurittomat alueet (vesi, aavikko), metsä, rannikkoalueet, tulva-alueet sekä jonomaiset kohteet, kartoitus helpottuu oleellisesti. Voidaankin sanoa, että suora sensorientointi avaa täysin uusia mahdollisuuksia sekä sensorien kehityksen että kartoituksen saroilla.
- Perinteisten ilmakuvien ja perinteisen kartoituksen tapauksessa suora sensorientointi on vaihtoehto, jonka kustannustehokkuutta arvioidaan paraikaa. On selvää, että GPS/IMU-havaintojen optimaalinen hyödyntäminen tehostaa radikaalisti perinteisten ilmakuvien prosessointia. Käytännön kokemusten perusteella suoran georeferoinnin tarkkuus on riittävä ortokuvatuotantoon. Suoraan georeferoiduilla stereomalleilla sen sijaan ilmenee haitallisen suuria parallaxeja (15-20  $\mu\text{m}$ ). Odotettavissa on, että GPS/IMU tulee pian olemaan standardi osa myös perinteisillä ilmakuvilla tehtävää kartoitusta. Luotettavuussyistä ilmakolmiointia tullaan kuitenkin käyttämään jossakin muodossa suoran sensorientoinnin ohessa tarkkuutta vaativissa sovellutuksissa.
- Suoran georeferoinnin ongelma on luotettavuus. Käytännön kokeet ovat osoittaneet, että GPS/IMU-ratkaisun tarkkuus on ennen kaikkea riippuvainen GPS:n tarkkuudesta. GPS:n potentiaalisia ongelmia ovat mm. vaihekatkokset, kokonaislukutuntemattomien ratkaisu, monitieheijastukset ja ilmakehä. Suora georeferointi on ekstrapolointia ja edellytys on, että kuvautumisen matemaattinen malli ja sen suuret tunnetaan tarkasti. Mahdolliset virheet siirtyvät suoraan määritettyihin maastokoordinaatteihin. Ulkoisen orientoinnin epäluotettavuuden lisäksi mahdollisia ongelmakohtia ovat mm. kamerakalibrointi, GPS/IMU-systeemin kalibrointi ja erilaiset kuvautumiseen vaikuttavat fysikaaliset ilmiöt. Myös mm. painovoima, koordinaatitot ja koordinaatistomuunnokset voivat aiheuttaa ongelmia. Perinteinen blokkitasoitus on tarjonnut keinot näiden ongelmien torjumiseksi. ks. myös luento 4, kalibrointi.
- Suora sensorientointi on laitteistojen ja laskennan puolesta operationaalista tekniikkaa, vaikkakin järjestelmiä kehitetään edelleen. Toimintamalleista, systeemien suorituskyvystä jne. tehdään kiivaasti tutkimusta. Kokeellisia tuloksia GPS/IMU:n käytöstä on raportoitu vuodesta 1997 lähtien. Laitteistot ovat yleistymässä käytännön sovellutuksissa.
- Inertial measurement unit (IMU)
  - IMU:n tehtävä on määrittää sijainti, kallistukset ja nopeus itsenäisesti perustuen inertia-lakiin. Laitteistoon kuuluu kolme kulmanopeutta mittaavaa gyroa, kolme lineaarista kiihtyvyyttä mittaavaa kiihtyvyyssmittaria, digitointimikropiirit sekä tietokone navigointiohjelmistoinen.

- Yksinkertaistettuna orientointien määrittäminen tapahtuu seuraavasti. Aluksi initialisoidaan systeemi (sijainti ja –nopeus, navigointikoordinaatisto). Gyrojen avulla mitatuista kulmanopeuksista eliminoidaan systemaattiset virheet ja maan pyörimisliikkeen vaikutus, ja tämän jälkeen integroimalla saadaan määritettyä sensorin kallistukset. Linearisista kiihtyvyyksistä poistetaan painovoiman vaikutus sekä systemaattiset virheet, ja kahdesti integroimalla saadaan määritettyä sensorin nopeus ja sijainti. Ilmakuvaussovelluksissa käytetään kameran ulkopuolelle asennettavaa erillistä IMU-yksikköä, jonka akselit seuraavat koneen liikettä (strapdown). Käytössä olevat gyrotypit ovat: fibre optics gyro (FOG), ring laser gyro (RLG) ja dry tuned gyro (DTG). Näistä RLG on tarkin. Uusia gyrotyppejä kehitellään.
- Purpose
  - autonomous determination of sensor position and attitude based on law of inertia
- Components
  - three gyros mounted on mutually orthogonal axes, measuring angular velocity
  - three accelerometers mounted on the gyro axes measuring linear accelerations
- Processing of strapdown navigation measurements (*Heipke, 2001*)
  - IMU output, usually in time-dependent body frame
    - three components of specific force vector
    - three components of angular velocity
  - Goal: position, velocity and attitude in an Earth-fixed map frame
  - Procedure
    - determine initial attitude (alignment procedure)
    - correct measured angular velocity for Earth rotation (transformation from body frame to Earth-fixed map frame)
    - integrate angular velocity to obtain attitude
    - transform specific force into Earth-fixed map frame
    - subtract gravity to obtain vehicle acceleration
    - integrate once with respect to time (yielding velocity) and again (yielding position)
  - Earth fixed map frame, usually local geodetic or cartesian geocentric
- GPS / IMU integration (*Heipke, 2001*)
  - IMU measurements exhibit time-dependent systematic errors
    - analytical or numerical time integration process
    - errors can increase quickly and can become rather large
  - GPS problems
    - multi path, troposphere, cycle slips, ...
  - GPS / IMU integration
    - compare IMU positions to GPS positions
    - derive calibration parameters
      - self calibration for gyros and accelerometers
      - high frequency interpolation for GPS trajectories
      - possibility to overcome problems of GPS solution
- Miksi GPS/IMU
  - GPS:
    - +Good long-term accuracy
    - Low frequency (1-2 Hz)

- Cycle slips, multipath
    - Poor rotation accuracy (multi antenna systems)
  - IMU
    - +High short-term accuracy
    - +Accurate rotation information
    - +High frequency
    - Poor long-term accuracy, systematic errors
  - GPS/IMU
    - +Positions and rotations
    - +Good long-term and short-term accuracy
    - +High frequency
- System components
  - Airplane
    - GPS-receiver
    - IMU (Inertial Measurement Unit)
    - PC + navigation software
  - Ground
    - 1 or more GPS base stations <50 km distance
  - Post processing software
    - Carrier phase differential GPS solution
    - GPS/IMU integration by Kalman filtering
    - X0, Y0, Z0, omega, phi, kappa for every camera position
- Systems for direct sensor orientation
  - Applanix POS/AV 510 [www.applanix.com](http://www.applanix.com) IGI mbH AEROcontrol IID [www.igi-ccns.com](http://www.igi-ccns.com)
- Performance of systems
  - Position: 5-10 cm
  - Attitude:
    - roll, pitch: 0.005°
    - heading: 0.008 °
  - Comparison to AT (e.g. 1:4 000)
    - Position: 2 cm, omega, phi: 0.002 °, kappa: 0.001 °
- accuracy
  - DG is extrapolation, Any error in the imaging model affects directly the ground coordinates
  - Error sources include:
    - GPS/IMU accuracy
    - Modelling of imaging
    - Camera calibration (x0, y0, c)
    - System calibration: IMU to sensor boresight, lever arm, timing
    - Datum issues, projection distortions
    - Imaging sensor resolution and accuracy
  - In the AT these errors are absorbed to the orientation parameters GPS/IMU/kamera systeemin kalibrointi on yksi suoran georeferoinnin kriittinen vaihe (Luento 4)
- Suomessa Maanmittauslaitos on varustanut kuvauskoneensa Applanix POSAV 510 järjestelmillä ([www.applanix.com](http://www.applanix.com))



Systemin komponentit



© Skaloud, 1999

System of direct georeferencing. (Heipke, 2001)

$$r_i^m = r_{\text{IMU/GPS}}^m(t) + R_b^m(t) * [r^b + s_i R_c^b r_i^c(t)]$$

$r_i^c(t)$  vector of image coordinates of  $P_i$  in camera frame, measured

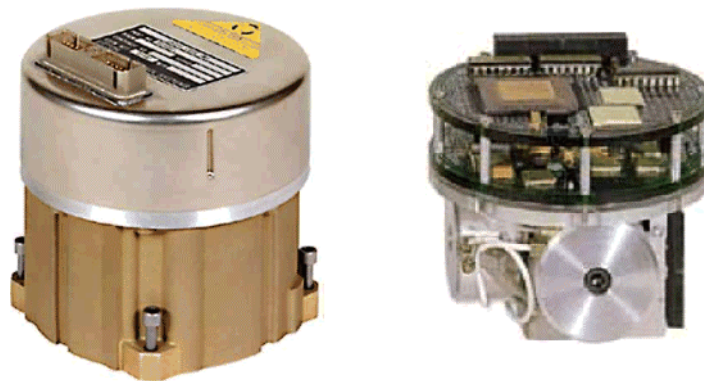
$R_c^b$	rotation matrix from camera to body frame, calibrated
$s_i$	scale factor, e. g. from stereo or laser scanning
$r^b$	vector of offset between projection centre of imaging sensor and centre of mass of IMU, in body frame, calibrated
$R_b^m(t)$	rotation matrix from body to map frame, from GPS/IMU measurements
$r_{IMU/GPS}^m(t)$	vector of IMU centre of mass in map frame, from GPS/IMU measurements
$r_i^m$	vector of the coordinates of the point to be determined in the map frame, unknown

Positioning equation. (Heipke, 2001)

time interval	navigation grade	
	$\omega, \varphi$ [``]	$\kappa$ [``]
1 h	10 – 30	60 – 180
1 min	5 – 10	15 – 20
1 s	3 – 5	3 – 20

© Schwarz, 1995

Accuracies of gyro. (Heipke, 2001)



Inertial Measurement Unit (IMU), model Litton LN-200. (Heipke, 2001)

time interval	system accuracy		
	high	medium	low
<b>position</b>			
1 h	300 – 500 m	1 – 3 km	200 – 300 km
1 min	0.3 – 0.5 m	0.5 – 3 m	30 – 50 m
1 s	0.01 – 0.02 m	0.03 – 0.1 m	0.3 – 0.5 m
<b>attitude [°]</b>			
1 h	$3 - 8 \cdot 10^{-3}$	0.01 – 0.05	1 – 3
1 min	$0.3 - 0.5 \cdot 10^{-3}$	$4 - 5 \cdot 10^{-3}$	0.2 – 0.3
1 s	$< 0.3 \cdot 10^{-3}$	$3 - 5 \cdot 10^{-3}$	0.01 – 0.03
<b>price (US\$)</b>	~ 1 000 000	~ 100 000	~ 10 000

© Cramer, 2000

Accuracies of IMU systems. (Heipke, 2001)

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}}^m \\ \dot{\mathbf{v}}^m \\ \dot{\mathbf{R}}_b^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}^m \\ \mathbf{R}_b^m * \mathbf{f}^b - 2\boldsymbol{\Omega}_{im}^m \mathbf{v}^m + \mathbf{g}^m \\ \mathbf{R}_b^m (\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{im}^b) \end{pmatrix}$$

Unknowns	$\mathbf{r}^m, \mathbf{v}^m$	sensor position and velocity of IMU centre of mass, expressed in m-frame
	$\mathbf{R}_b^m$	Rotation of b-frame in m-frame
Observations	$\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b$	skew symmetric matrix, contains $\omega_x, \omega_y$ und $\omega_z$ of b-frame around i-frame, expressed in b-frame
	$\mathbf{f}^b$	3D – vector of linear accelerations, expressed in b-frame
Knowns	$\mathbf{g}^m$	gravity vector, expressed in m-frame
	$\boldsymbol{\Omega}_{im}^b$	skew symmetric matrix, contains Earth rotation, m-frame around i-frame, expressed in b-frame
	$\boldsymbol{\Omega}_{im}^m$	skew symmetric matrix, contains Earth rotation, m-frame around i-frame, expressed in m-frame

Mathematical model of strapdown inertial navigation. (Heipke, 2001)



$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}}^m \\ \dot{\mathbf{v}}^m \\ \dot{\mathbf{R}}_b^m \\ \delta\dot{\omega}_{ib}^b \\ \delta\dot{\mathbf{f}}^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}^m \\ \mathbf{R}_b^m * (\mathbf{f}^b + \delta\mathbf{f}^b) - 2\boldsymbol{\Omega}_{im}^m \mathbf{v}^m + \mathbf{g}^m \\ \mathbf{R}_b^m (\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b + \delta\boldsymbol{\Omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\Omega}_{im}^b) \\ -\alpha \delta\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \\ -\beta \delta\mathbf{f}^b \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}}^m \\ \dot{\mathbf{v}}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}^m \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Additional parameters  $\delta\dot{\omega}_{ib}^b$  gyro drift  
 $\delta\dot{\mathbf{f}}^b$  accelerometer bias  
 $\alpha, \beta$  constant positive parameters (diagonal matrices)

Mathematical model for GPS/IMU integration. (Heipke, 2001)

## GPS/IMU-integrointi

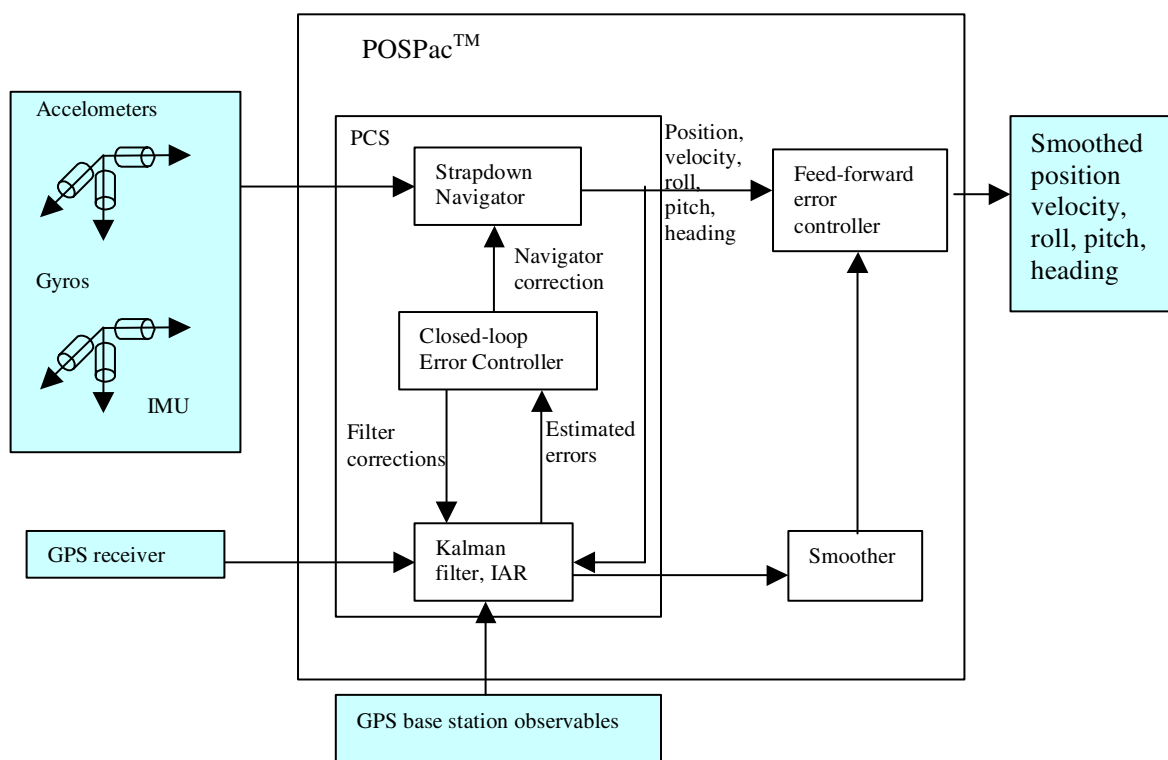
Laskenta tehdään kahdessa vaiheessa. Kuvauksen aikana suoritetaan reaaliaikaista laskentaa navigointia varten ja kuvauslennon jälkeen suoritetaan jälkilaskenta, jonka lopputuloksena saadaan tarkka orientointitieto. Liikeradat saadaan yleensä 50-400 Hz taajuudella. Optimaalinen tapa GPS ja IMU havaintojen yhdistämiseksi on Kalman-estimointi. Laskentamenetelmiä kehitetään vielä.

Kalman-estimointia varten muodostetaan differentiaaliyhtälöt. Yhtälöissä tuntemattomia ovat ainakin navigointivirheet (9 kpl: sijainti, nopeus, kallistukset), gyrojen ryömintä (gyro drift, 3 kpl) ja kiihtyvyyssmittareiden systemaattinen virhe (accelerometer bias, 3 kpl). Mallia voidaan laajentaa edelleen (mm. laajempi malli IMU-virheille, ilmakehän vaikutus GPS:ään ja painovoimakenttä). Tyypillisesti virhetiloja on 22-35.

Kalman-estimoinnin vaihtoehtoisia toteuttamismuotoja ovat hajautettu (decentralized, loosely-coupled) ja keskistetty Kalman-suodin (centralized, tightly-coupled) sekä suljettu (closed loop) tai avoin (open loop) laskenta. Keskistetyssä Kalman-suotimessa alkuperäiset GPS- ja inertiahavainnot käsitellään samanaikaisesti yhdessä suotimessa, kun taas hajautetussa tapauksessa molemmat prosessoidaan erikseen ja lopuksi yhdistetään nopeus- ja sijaintitasolla. Esimerkkejä integrointitavoista ovat täydellinen integraatio, GPS:n auttava IMU ja IMU:n auttava GPS.

Esimerkkinä tarkastellaan laskennan toteuttamista Applanix POS-järjestelmässä (kuva 2, Mostafa et al. 2001a). Toteutusstrategia on *suljettu GPS:n avustama inertiaalinavigointi*. Laskenta suoritetaan sekä ajassa eteenpäin (forward time) että taaksepäin (backward time). Laskennan osat ovat

1. Strapdown inertial navigator. Määrittää IMU:n kallistukset ja sijainnit integroimalla mitatut kulmanopeudet ja lineaariset kiihtyvyydet sekä huomioimalla sensorivirheet ja maan pyörimisliikkeen ja painovoiman vaikutukset. Tärkeä tehtävä on myös systeemin alkuaseman määrittäminen (systeemin sijainti ja nopeus saadaan GPS:n avulla, navigointikoordinaatiston määrittämiseksi tulee määrittää paikallinen pohjoinen ja luotiviivan suunta).
2. Kalman filter. Kalman-suotimessa mallinnetaan inertiaalinavigaattorin ja IMU-sensorin virheitä linearisoitujen diskreettien differentiaaliyhtälöiden avulla. GPS-havainnot prosessoidaan etukäteen. Vertaamalla esim. 1 Hz taajuudella GPS:n ja inertiaalinavigaattorin antamia sijainteja nämä virheet voidaan estimoida.
3. Closed-loop error controller. Resetoi inertiaalinavigaattorin hyödyntämällä Kalman-suotimessa estimoituja parametrejä. Estimoiduilla IMU-sensorin virheillä korjataan inertiaalihavaintoja ennen integrointia (vastaa sensorien kalibrointia). Saatavan ratkaisun tarkkuus vastaa GPS-ratkaisun tarkkuutta. Tämä on myös reaaliaikaisen eteenpäinlaskennan ratkaisu (PCS).
4. Smoother (POSPac<sup>TM</sup>). Smoother, eli jälkisuodatus, määrittää inertiaalinavigaattorin sekä IMU-sensorin virheet prosessoimalla datan taaksepäin ja yhdistämällä sen eteenpäin lasketun ratkaisun kanssa. Ratkaisussa hyödynnetään siis kaikkea havaintodataa.
5. Feed forward error controller (POSPac<sup>TM</sup>). Jälkisuodatuksen antamia virheestimaatteja käyttäen lasketaan inertiaalinavigointiratkaisu IMU:n taajuudella. Tämä on lopullinen orientointiratkaisu, ns. *the smoothed best estimate trajectory*.



GPS/IMU-integrointi Applanix:n PosAV 510 järjestelmässä (Mostafa 2001).

## Integroitu sensorientointi

Integroitu sensorientointi on vartenotettava menetelmä orientointien määrittämiseen. Menetelmä perustuu blokkitasoitukseen, jossa liitospisteiden lisäksi havaintoina ovat GPS/IMU-orientoinnit sekä mahdollisesti myös maastotukipisteet. Tunteamattomia ovat kuvien ulkoiset orientoinnit ja maastopisteet sekä tarvittaessa myös kuvien sisäiset orientoinnit ja laajennetun kuvautumismallin parametrit. Lisäksi voidaan mallintaa mahdollisia GPS/IMU-orientointien systemaattisia virheitä esim. lineaarisilla malleilla. Suunnitteilla on myös laskentamenetelmiä, jossa GPS, IMU ja liitospistehavainnot käsitellään integroidusti yhdessä prosessissa.

Integroitu sensorientointi on merkittävästi suoraa georeferointia tarkempaa ja luotettavampaa. Blokkitasoituksen myötä y-parallaksit minimoituvat, mikä helpottaa stereotulkintaa. Blokin rakenteen puitteissa voidaan myös laajentaa kuvautumismallia, ja näin saavuttaa optimaalinen tarkkuus.

On huomattava, että integroitu sensorientointi voidaan suorittaa erittäin tehokkaasti. Liitospisteet voidaan digitaalisten kuvien tapauksessa mitata automaattisesti, ja niiden määrässä ja geometriassa voidaan tinkiä, kun GPS/IMU-orientoinnit ovat jo olemassa. Maastotukipisteiden avulla saavutetaan paras luotettavuus, jo yhdelläkin maastotukipisteellä on suuri merkitys.

### Projektiokeskushavainnot: yleinen malli

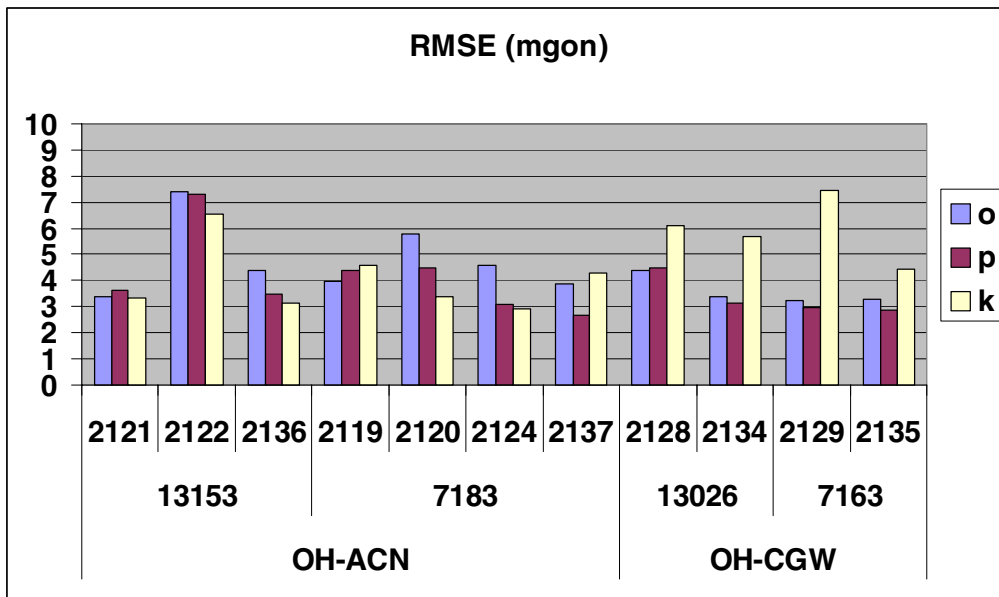
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{GPS/IMU}^m + \begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{pmatrix} = \underbrace{\lambda R_{datum} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix}^m + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}_{datum}^m}_{Datum} + \underbrace{R_p^m \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}_{GPS/IMU} + \sum_{i=0} \begin{pmatrix} a_{0i} \\ a_{1i} \\ a_{2i} \end{pmatrix} t^i}_{Leverarm} + \underbrace{\sum_{i=0} \begin{pmatrix} b_{0i} \\ b_{1i} \\ b_{2i} \end{pmatrix} t^i}_{Remainingerrors}$$

### Kallistushavainnot

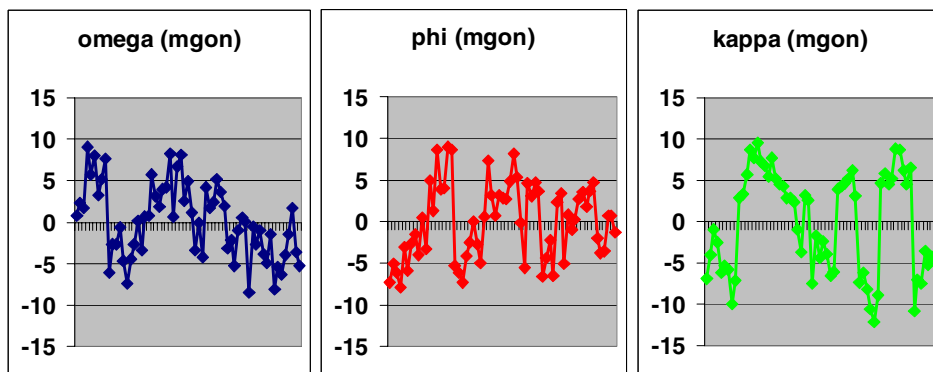
$$\begin{pmatrix} \omega \\ \varphi \\ \kappa \end{pmatrix}_{GPS/IMU}^P + \begin{pmatrix} v_r \\ v_p \\ v_y \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \omega \\ \varphi \\ \kappa \end{pmatrix}_{AT} + \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} t$$

missä T on muunnos fotogrammetrisista orientoinneista roll, pitch, yaw-järjestelmään.

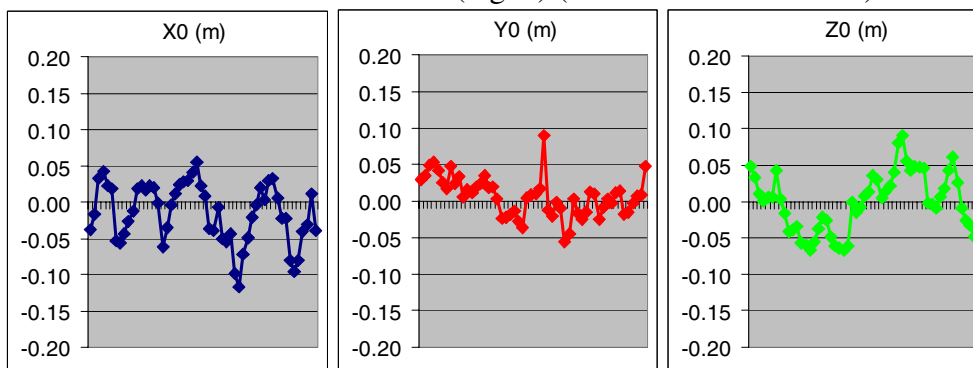
## Tuloksia



Maanmittauslaitoksen kesän 2002 kalibrintiblokit: GPS/IMU kulmahavaintojen ja blokkitasoituksessa määritettyjen kulmien erot (mgon) (Honkavaara et al. 2003).



Attitude differences: 2128 (mgon) (Honkavaara et al. 2003).



Position differences: 2122 (m). (RMSE, no corrections: <10 cm, RMSE, corrections: < 5 cm )

(Honkavaara et al. 2003). **Vertailua**

Modern AT, incl. GPS and automatic tie	Direct geo-referencing
--	------------------------

<b>point generation</b>	
+ consistent solution for orientation and subsequent tasks (point determination, DTM generation, orthoprojection ...)	+ solution adapted to multi-sensor geometry
+ ray intersection is a stable geometric condition	+ determination of velocity (for SAR, InSAR, FMC in digital cameras)
+ high accuracy through self calibration (needs tie points)	+ no restrictions concerning block geometry
+ compensation of inaccurate elements of interior orientation through high correlation between interior and exterior orientation	+ high degree of automation
+ long GPS baselines can be used (if sufficient GCP are available)	+ real-time potential
+ reliable solution through GCP	+ processing of single image pairs feasible
	+ no necessity for GCP

<b>Modern AT, incl. GPS and automatic tie point generation</b>	<b>Direct geo-referencing</b>
- problems in areas with weaker geometry (block border, coastal areas, non-accessible areas, cameras with small viewing angle, line cameras, ...)	- less accurate due to missing possibility of self calibration
- problems with partial cloud cover	- currently limited to GPS performance
- image texture needed	- due to missing redundancy of GPS / IMU reliability of results may be a problem
- human operator must check and/or edit automatically derived tie points	- complex system calibration, needs to be carried out rather often
- relatively slow process	- long GPS baselines may deteriorate results
- GCP needed	

- Viitteet
  - *Kimmo Pajula, 2001. GPS/INS-paikannus, TKK, fotogrammetrian erikoistyö, Espoo 2001.*
  - *Christian Heipke, 2001. Direct georeferencing and integrated sensor orientation - will they beat aerial triangulation? Research seminar: Seminar, Helsinki University of Technology, 12.-15.11.2001*
  - *Honkavaara, E., Ilves R., Jaakkola, J., 2003. Practical Results of GPS/IMU/camera System Calibration. In. Proceedings of Workshop: Theory, Technology and Realities of Inertial/GPS Sensor Orientation. Castelldefels, September 22-23, 2003.*

- Mostafa, M., Hutton, J., B. Reid, 2001a. GPS/IMU products – the Applanix approach. In: Fritsch/Spiller (eds.): Photogrammetric Week 2001, Wichmann Verlag, Heidelberg, Germany, p. 63-83. <http://www.ifp.uni-stuttgart.de/publications/phowo01/Reid.pdf>
- 

---

[Maa-57.220 Fotogrammetrinen kartoitus](#)

[Luento-ohjelma](#) [1](#) [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) [7](#) [8](#) [9](#) [10](#) [11](#) [12](#) [13](#)

---