

## Luento 11: Stereomallin ulkoinen orientointi

### AIHEITA

- [Tukipisteet](#)
- [Ulkoinen orientointi analogiakojeilla](#)
- [Mallideformaatiot](#)

Kuvapari voidaan aina orientoida stereomalliksi, jossa sitä tulkitaan ja mitataan omassa 3-D koordinaatistossaan. Käytännössä havainnot muunnetaan myös kohteen kartoituskoordinaatistoon. Malli- ja kohdekoordinaatiston välinen muunnos ratkaistaan **ulkoisella orientoinnilla**.

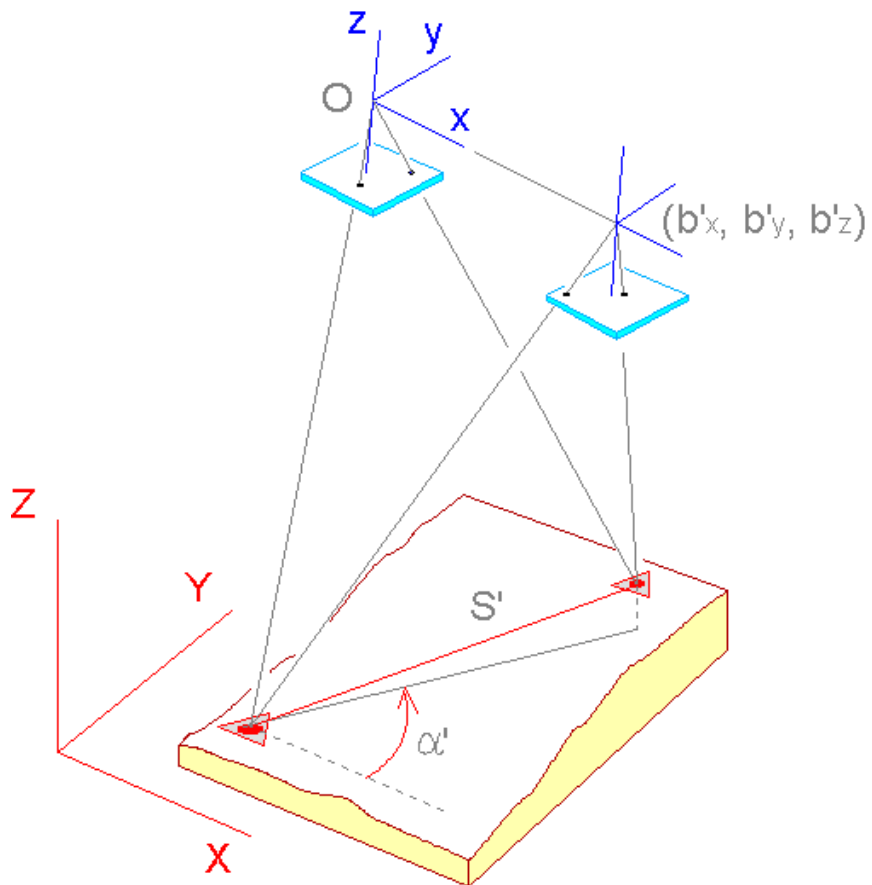
Muunnos on useimmiten kohtisuora yhdenmuotoismuunnos ja sisältää seitsemän muuttujaa eli mittakaavan korjauksen, kolme siirtoa ja kolme kiertoa. Näitä ei voi havaita suoraan vaan ainoastaan välillisesti muunnospisteiden avulla. Muunnoksen edellytyksenä on, että stereomallilta on havaittu vähintään kolme sellaista pistettä, joiden koordinaatit tunnetaan myös kohdekoordinaatistossa. Käytännössä muunnospisteitä eli n.s. tukipisteitä on enemmän. Joissakin erikoistapauksissa mallikoordinaatisto on vino. Tällöin muunnos tehdään projektiivisesti ja muunnoksessa on 15 muuttujaa, kolme mittakaavaa, kolme siirtoa ja 3x3 kiertoa.

Stereomallin ulkoisessa orientoinnissa on aina tärkeää, että muunnokseen voidaan käyttää enemmän tukipisteitä kuin edellä mainitut kolme. Tukipisteitä saadaan sekä kohteella tehdyin mittauksin että fotogrammetrisesti kolmioimalla. Kolmioinnissa mallit ja kuvat orientoidaan ensin toisiinsa kuvablokkiksi ja kuvablokki muunnetaan kohdekoordinaatistoon (**blokkikolmiointi**). Pelkät kohteella mitatut tukipisteet tulevat kysymykseen lähinnä silloin, kun on kyse yksittäisen stereomallin orientoimisesta.

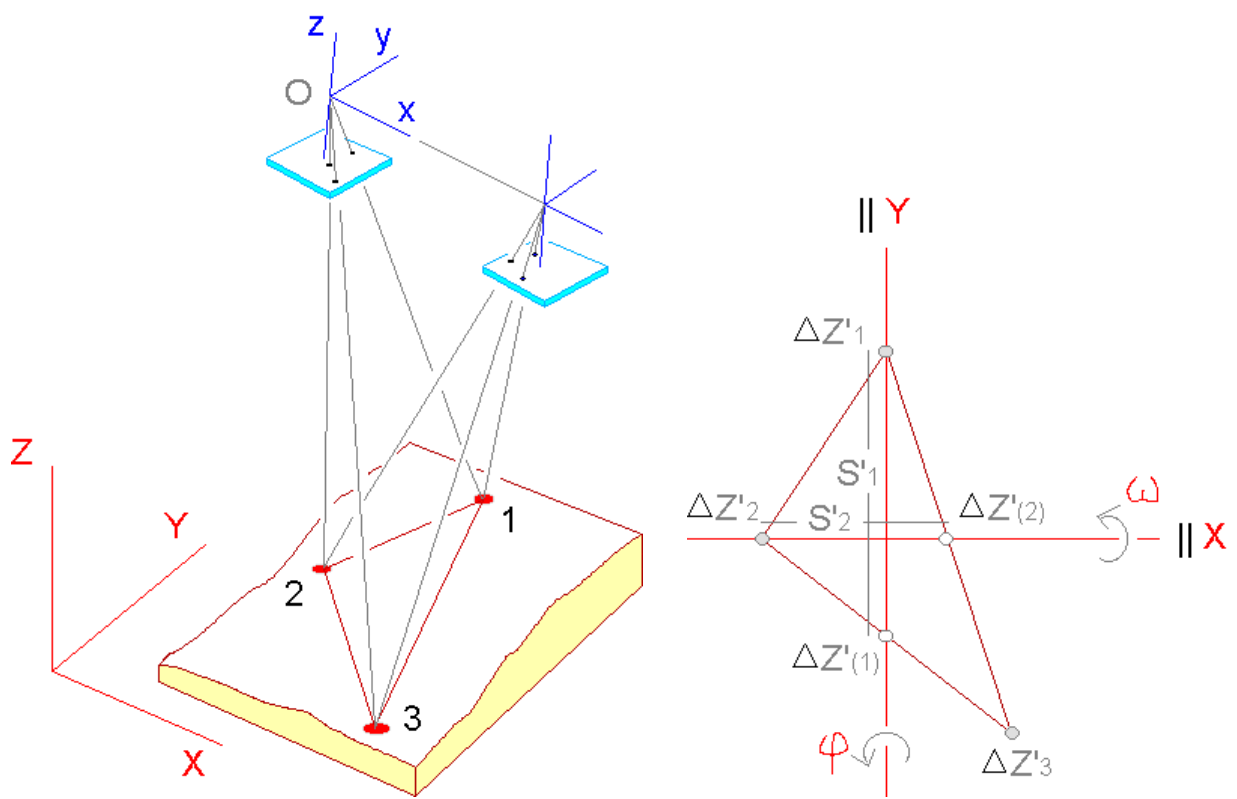
Koska kohteen yksityiskohtainen kartoitus perustuu viime kädessä stereomallin tulkintaan ja siitä tehtyihin mittauksiin, on tärkeää, että malli on oikean muotoinen. Vaikka sisäinen ja keskinäinen orientointi tehdään tarkasti, jokainen stereomalli deformaatioituu orientointien jäännösvirheistä. Ulkoisen orientoinnin toisena tehtävänä onkin - koordinaatistomuunnoksen lisäksi - antaa käsitys tämän deformaation suuruudesta. Mallideformaatioiden luonnetta tarkastellaan virheitä simuloimalla. Osa virheistä on lineaarisia, ja ne kompensoituvat ulkoisen orientoinnin aikana. Osa virheistä on epälineaarisia, ja niiden vaikutusta hallitaan sijoittamalla ylimääräisiä tukipisteitä virheiden kannalta kriittisille stereomallin alueille.

Stereomallin keskinäinen ja ulkoinen orientointi voidaan korvata kummallekin kuvalle erikseen tehdyllä yhden kuvan ulkoisella orientoinnilla ([Fotogrammetrian yleiskurssi](#)).

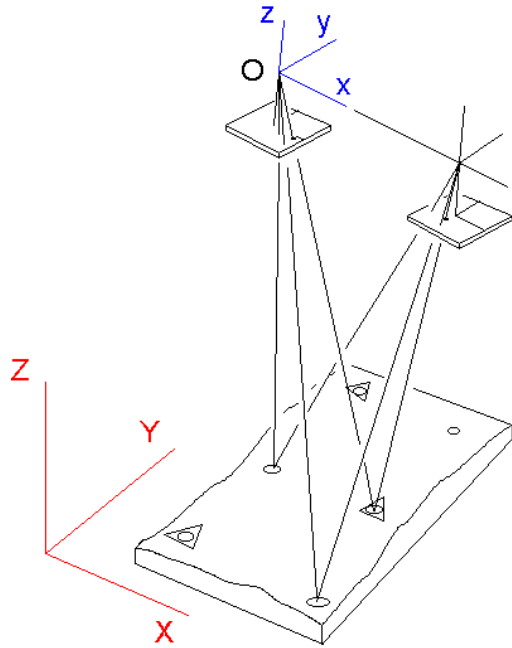
- [absoluuttinen orientointi analoginen iteroiden.xls](#)



Mittakaavan määrittäminen ja  $XY$ -kohdekoordinaatiston orientaatio.



Stereomallin tasaus ja  $Z$ -koordinaattiakselin orientaatio.



Stereomallin laskennollinen absoluuttinen orientointi.

	x	y	z	X	Y	Z
31	-0,35076	-0,13462	-2,58106	0	0,6	0
33	-0,11448	-0,30777	-2,024	0	0	0
34	1,140725	-0,17045	-2,54987	1,3	0	0

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Pi} = m R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{Pi} + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_O$$

3D koordinaatistomuunnos.

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_{Pi} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Pi} - m R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{Pi} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_O$$

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_{Pi} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Pi} - m \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{Pi} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_O$$

Virheyhtälöt.

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_{Pi} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Pi} - (m^{(0)} R^{(0)} + R^{(0)} dm + m^{(0)} dR) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{Pi} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_O$$

Virheyhtälökertoimien differentointi.

$$m^{(0)} = 1$$

$$m^{(0)} + dm = m$$

$m_{(0)}$	1
$m$	-0,95021

Mittakaavan likiarvot.

$$R_{\text{NADIR}}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i$$

$$R_{\text{OBLIQUE}}^{(0)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^{(0)}_i$$

Rrot			Rtilt			Rtot = Rrot * Rtilt		
0,917862	0,396899	0	1	0	0	0,917862	0,120048	-0,37831
-0,3969	0,917862	0	0	0,302466	-0,95316	-0,3969	0,277622	-0,87487
0	0	1	0	0,95316	0,302466	0	0,95316	0,302466

Kiertomatriisin likiarvot.

$$dR = \begin{bmatrix} 0 & -d\phi & d\omega \\ d\phi & 0 & -d\omega \\ -d\phi & d\omega & 0 \end{bmatrix}_i$$

Kiertomatriisin differentiointi.

	X	Y	Z
31	0,638322	2,359935	-0,90899
33	0,623666	1,730728	-0,90554
34	1,991202	1,730728	-0,93372

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}_{\text{Pi}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{Pi}} + m^{(0)} \begin{bmatrix} -X & 0 & -Z & Y \\ -Y & Z & 0 & -X \\ -Z & -Y & X & 0 \end{bmatrix}_{\text{Pi}} \begin{bmatrix} m/m^{(0)} \\ d\omega \\ d\phi \\ d\phi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_0$$

Virheyhtälöt iterointia varten.

Residual	Given	$m/m_{(0)}$	$d\omega$	$d\phi$	$d\phi$	X	Y	Z
$v_{X33}$	0	-0,62367	0	0,905543	1,730728	-1	0	0
$v_{X34}$	1,3	-1,9912	0	0,933716	1,730728	-1	0	0
$v_{Y33}$	0	-1,73073	-0,90554	0	-0,62367	0	-1	0
$v_{Y34}$	0	-1,73073	-0,93372	0	-1,9912	0	-1	0
$v_{Z31}$	0	0,908994	-2,35994	0,638322	0	0	0	-1
$v_{Z32}$	0	0,905543	-1,73073	0,623666	0	0	0	-1
$v_{Z33}$	0	0,933716	-1,73073	1,991202	0	0	0	-1

	$m/m_{(0)}$	$d\omega$	$d\phi$	$d\phi$	X	Y	Z
Solution	-0,95021	-0,00476	0,019576	9,8E-05	0,610511	1,648802	-0,84002

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{Pi} = m^{(0)} \begin{bmatrix} x & 0 & z & -y \\ y & -z & 0 & x \\ z & y & -x & 0 \end{bmatrix}_{Pi} \begin{bmatrix} m/m^{(0)} \\ d\omega \\ d\phi \\ d\epsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_O$$

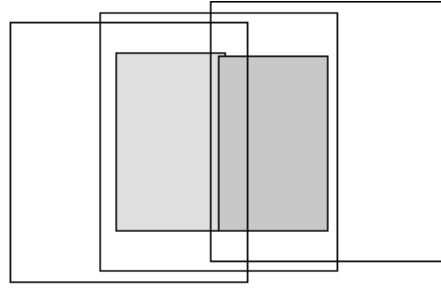
Koordinaattimuunnos.

Absolute orientation							
Iteration	m/m (0)	domega	dfii	dkappa	X	Y	Z
0	-0,95021	-0,00476	0,019576	9,8E-05	0,610511	1,648802	-0,84002
1	-0,9435	-0,01075	0,002001	0,001651	0,630474	1,650704	-0,83784
2	-0,94261	-0,00869	-0,00075	0,004065	0,635013	1,666392	-0,84558
3	-0,9425	-0,00616	-0,00091	0,003702	0,631612	1,681175	-0,85238
4	-0,94249	-0,00425	-0,0007	0,002743	0,627317	1,692201	-0,85726
5	-0,94248	-0,00292	-0,00049	0,001918	0,623919	1,699926	-0,86064
6	-0,94248	-0,00201	-0,00034	0,001322	0,621497	1,705255	-0,86296
7	-0,94248	-0,00138	-0,00024	0,000909	0,619817	1,708921	-0,86456
8	-0,94248	-0,00095	-0,00016	0,000626	0,61866	1,711446	-0,86566
9	-0,94248	-0,00066	-0,00011	0,000431	0,617863	1,713187	-0,86642
10	-0,94248	-0,00045	-7,8E-05	0,000298	0,617313	1,714389	-0,86694
11	-0,94248	-0,00031	-5,4E-05	0,000206	0,616933	1,715219	-0,86731
12	-0,94248	-0,00022	-3,7E-05	0,000142	0,616671	1,715793	-0,86756
13	-0,94248	-0,00015	-2,6E-05	9,83E-05	0,61649	1,716189	-0,86773
14	-0,94248	-0,0001	-1,8E-05	6,8E-05	0,616365	1,716464	-0,86785
15	-0,94248	-7,2E-05	-1,2E-05	4,7E-05	0,616278	1,716654	-0,86793
16	-0,94248	-5E-05	-8,5E-06	3,25E-05	0,616218	1,716785	-0,86799
17	-0,94248	-3,4E-05	-5,9E-06	2,25E-05	0,616176	1,716876	-0,86803
18	-0,94248	-2,4E-05	-4,1E-06	1,56E-05	0,616148	1,716939	-0,86806
19	-0,94248	-1,6E-05	-2,8E-06	1,08E-05	0,616128	1,716982	-0,86808
20	-0,94248	-1,1E-05	-1,9E-06	7,46E-06	0,616114	1,717012	-0,86809

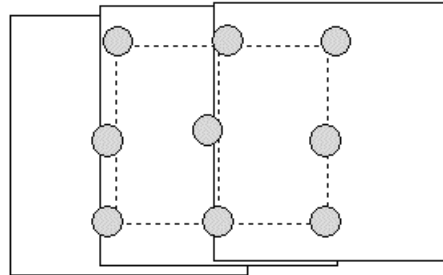
Point 11			
Iteration	X	Y	Z
0	0,509905	0,298417	0,307875
1	0,519401	0,295179	0,307076
2	0,522009	0,297518	0,309913
3	0,523344	0,300226	0,312404
4	0,524197	0,302317	0,314194
5	0,52477	0,303795	0,315431
6	0,52516	0,304818	0,316282
7	0,525426	0,305523	0,316868
8	0,525609	0,306009	0,317272
9	0,525735	0,306344	0,31755
10	0,525821	0,306575	0,317743
11	0,525881	0,306735	0,317876
12	0,525922	0,306845	0,317967
13	0,525951	0,306921	0,318031
14	0,525971	0,306974	0,318075
15	0,525984	0,307011	0,318105
16	0,525994	0,307036	0,318126
17	0,526	0,307054	0,318141
18	0,526005	0,307066	0,318151
19	0,526008	0,307074	0,318158
20	0,52601	0,30708	0,318163

## Tukipisteet

Stereomallit kuvajonolla



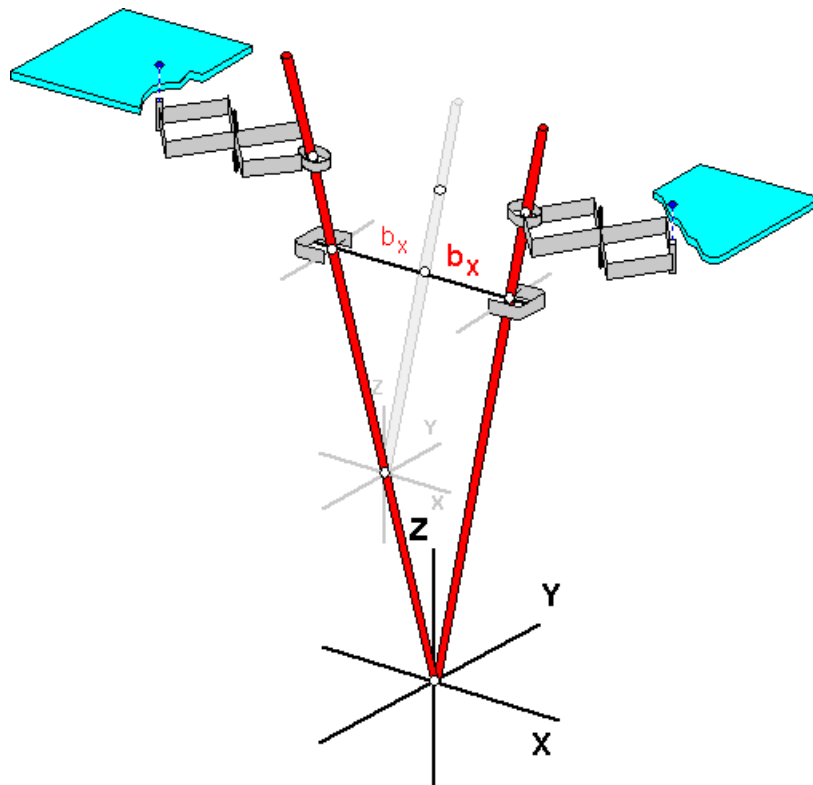
Liitospisteet stereomallien välillä



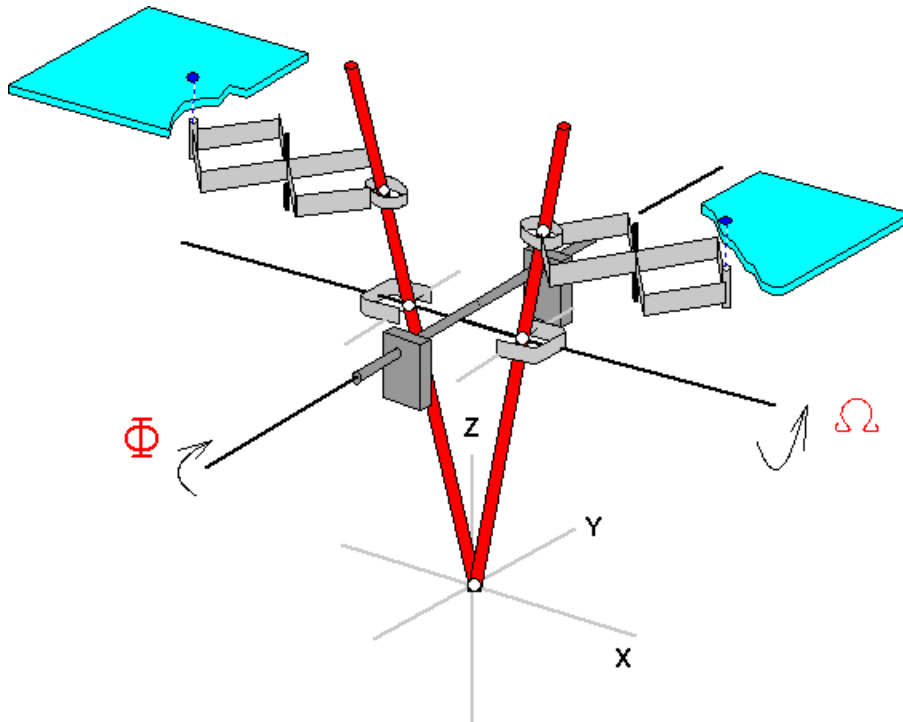
Stereomallin ulkoisen orientoinnin tukipisteet valitaan mallin nurkista ja kuvan keskeltä. Tukipisteet toimivat myös mallien välisinä liitospisteinä. Tukipisteinä käytetään yleisesti keskinäisen orientoinnin ns. Gruberin pisteitä. Ne riittävät mallin mittakaavan määrittämiseen ja nivellointiin. Mikäli tukipisteillä kontrolloidaan mallideformaatioita, niitä tulee sijoittaa myös mallin keskelle.

## Ulkoinen orientointi analogiakojeilla

- Stereomallin ulkoista orientointia kutsutaan myös absoluuttiseksi orientoinniksi. Stereokartoituskojeilla ulkoinen orientointi jaetaan kahteen osaan, mittakaavan määrittämiseen ja nivellointiin.
- Ulkoinen orientointi edellyttää sitä, että mallilla on havaittavissa vähintään kolme tukipistettä.



**Mittakaavan määrittäminen.** Stereomallin mittakaava määritetään mittaamalla kojeella kahden tunnetun pisteen välinen etäisyys. Kun näitä etäisyyksiä verrataan toisiinsa, saadaan suhdeluku, jolla kuvakantaa on korjattava. Korjaus on lineaarinen, eikä vaikuta keskinäiseen orientointiin, mikäli se tehdään  $b_x$ :n suunnassa. (Miksi?)

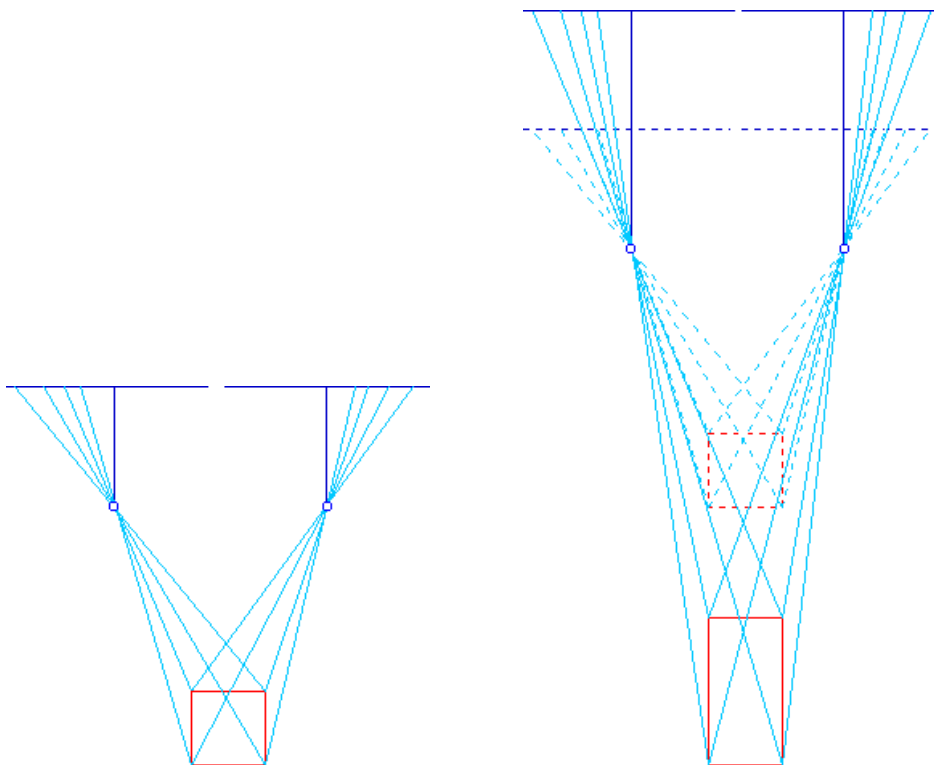


**Nivellointi.** Stereomallin nivelloinnilla mallikoordinaatisto tasataan eli kallistetaan vaakatasoon. Tämä edellyttää sitä, että mallilta havaitaan vähintään kolmen pisteen korkeudet ja X- ja Y-koordinaatit. Kojeessa tasaus tehdään kallistamalla projektoreita sekä yhteisen Y-akselin ympäri (PHI-kierto) että X-akselin ympäri (OMEGA-kierto). Yhteiset kierrot eivät vaikuta keskinäiseen orientointiin.

## Mallideformaatiot

- Stereomallin virheet aiheutuvat
  - sisäisen orientoinnin kuvavirheistä,
  - keskinäisen orientoinnin epätarkkuudesta,
  - kojevirheistä, ja
  - laskentaan käytetyn fyysisen mallin virheistä.
- Mittaustilanne ei vastaa kuvaustilannetta niinkuin on tarkoitus. Virhe näkyy kohteen deformaationa, mikä paljastuu stereomallin jäännösvirheinä mallin ulkoisen orientoinnin aikana. Jos koje- ja kuvavirheet tunnetaan, deformaatio voidaan kompensoida laskennallisesti. Analogia-kojeilla virheet 'tasoitetaan' tukipisteille sekä keskinäistä että ulkoista orientointia 'justeeraamalla', kunnes malli on hyvä havaita ja mitata.
  - Vaikka keskinäinen orientointi tehdään tarkasti, pystyparallaksia ei kyetä poistamaan kokonaan. Orientointisuureiden jäännösvirheet jäävät vaikuttamaan stereomalliin ja vääristävät vaakaparallaksihavaintoja.
  - Stereomallin muotoon vaikuttavat kuvavirheet johtuvat osin sisäisen orientoinnin epätarkkuudesta (kameravakio ja pääpiste), osin kameraoptiikan piirtovirheistä. Kun kamera on kalibroitu (**mittakamera**), virheet korjataan suoraan kuvahavainnoista. Mikäli mittauksiin käytetään kalibroimatonta kameraa, virheet voidaan kompensoida ulkoisella orientoinnilla, mutta tämän tulee perustua tarkkoihin, hyvin näkyvöitettyihin tukipisteisiin (**itsekalibrointi**).

- Kojevirheiden merkitys on vähentynyt, koska pääosa havaintojen käsittelystä on laske-  
mista. Kojevirheiden vaikutusta kompensoidaan kalibroimalla ne työvaiheet, joissa  
havaintoja käsitellään analogisina. Nykyisin tämä pelkistyy filmin käsittelyyn ja digitoi-  
miseen.
- Laskennallisessa eli analyttisessä fotogrammetriassakaan mallideformaatioita ei voi  
kokonaan unohtaa, koska deformaatioita aiheutuu myös havaintojen 'väärästä' käsitte-  
lystä. Tämän vuoksi on tärkeää, että laskemiseen käytettävät funktiot kuvaavat mahdolli-  
simman hyvin keskusprojektiokuvauksen fysikaalista luonnetta (**sädekimppumalli**).
- Mallideformaation voi ymmärtää myös siten, että orientoimalla rekonstruoidun stereomallin  
koordinaatisto ei olekaan tarkasti ottaen karteellinen vaan käyräviivainen. Niiden orientointi-  
liikkeiden jäännösvirheet, joiden vaikutus on koordinaattien suhteen lineaarista, kompensoituvat  
koordinaatistoa siirtämällä, kallistamalla tai yksittäisen koordinaattiakselin suuntaa tai mitta-  
kaavaa muuttamalla (X-, Y- ja Z-liike, kappa-kierto, sisäinen orientointi). Hankalimmillaan  
deformaatio on epälineaarista ja johtaa koordinaatiston akselien kaareutumiseen (fii- ja omega-  
kallistukset, kameraoptiikan piirtovirheet).
- Excel-sovellus
  - Mallideformaatio [mallideformaatio.zip](#)

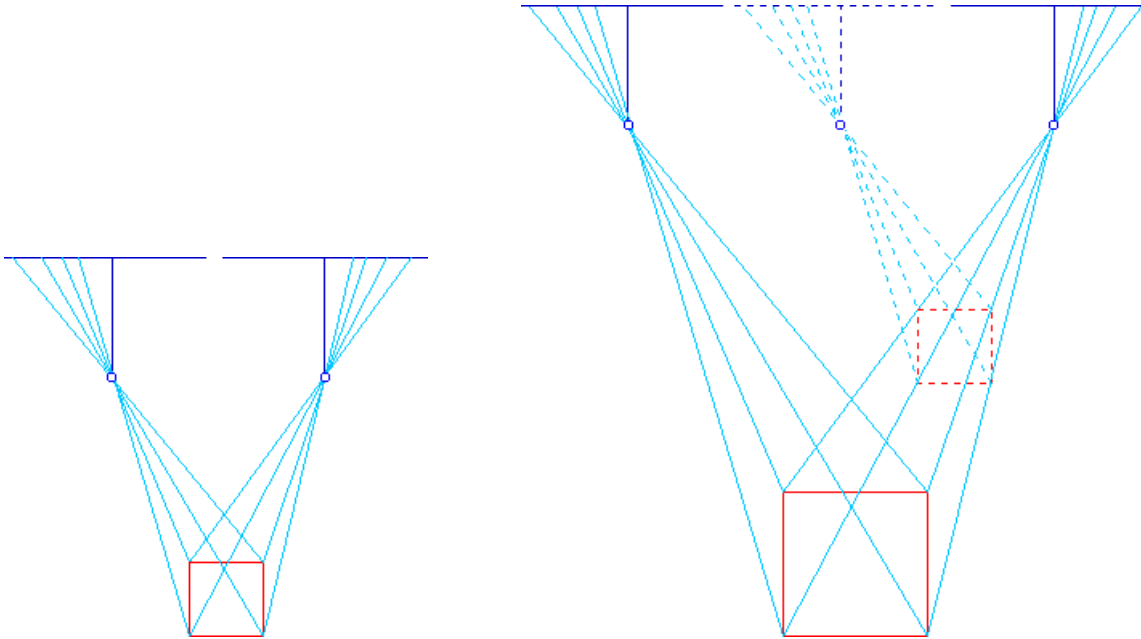


$$Z = \frac{B \cdot c}{p_x} \quad \text{Scale: } M = \frac{Z}{c}$$

$$X = M \cdot x \quad Y = M \cdot y$$

Parallaksikaavoissa käytettiin mallikoordinaattien laskemiseen kuvahavaintojen lisäksi kuvakantaa  $B$  ja kameravakiota  $c$ . Virhe kameravakion  $c$  arvossa vääristää mallin muodon. Näissä kahdessa kuvassa on orientoitu sama kuvapari, mutta oikeanpuoleisessa kuvaparissa on käytetty kaksinkertaista kameravakiota. Neliö venyy kuvaussuunnassa eli  $Z$ -koordinaatin suunnassa kaksinkertaiseksi, kun puolestaan mallin  $X$ - ja  $Y$ -koordinaatit säilyvät oikeina. Deformaatio on lineaarinen ja tässä sitä kutsutaan affiiniseksi eli venyneeksi. Tämä deformaatio voidaan kompensoida ulkoisen orientoinnin yhteydessä käyttämällä  $Z$ -koordinaattien rekisteröinnissä eri mittakaavaa kuin  $X$ - ja  $Y$ -koordinaateissa.





Virhe kuvakannan B arvossa ei vääristä mallin muotoa, mutta vaikuttaa suoraan sen kokoon. Tässä kuvassa sama kuvapari on orientoitu kahdesti, mutta oikeanpuoleisessa kuvaparissa on käytetty kaksinkertaista kuvakantaa. Neliö venyy joka suuntaan kaksinkertaiseksi. "Virhe" kompensoidaan ulkoisessa orientoinnissa mallin mittakaavaa korjaamalla.

$$\begin{aligned}
 dp_x &= -y \cdot d\theta_2 + y \cdot d\theta_1 \\
 &+ z \left( 1 + \frac{(x-b)^2}{z^2} \right) \cdot d\phi_2 - z \left( 1 + \frac{x^2}{z^2} \right) \cdot d\phi_1 \\
 &- \frac{(x-b)y}{z} \cdot d\omega_2 + \frac{xy}{z} \cdot d\omega_1 \\
 &- \frac{(x-b)}{z} \cdot dbz_2 + \frac{x}{z} \cdot dbz_1
 \end{aligned}$$

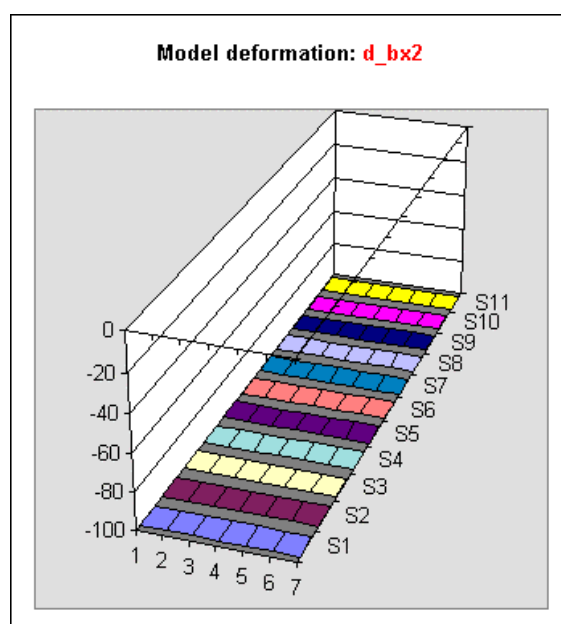
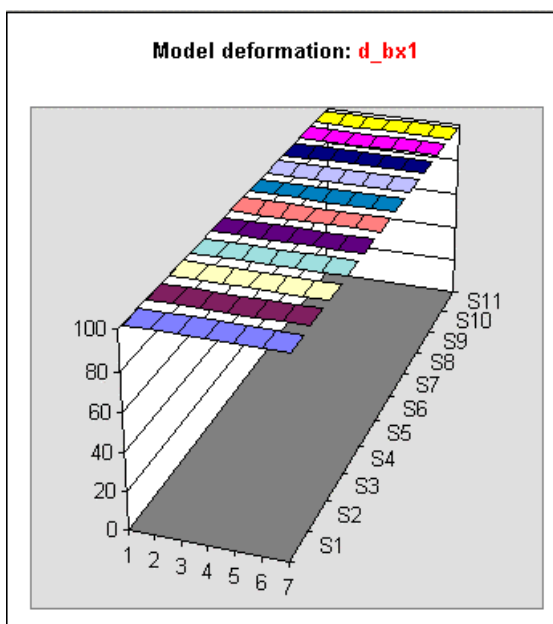
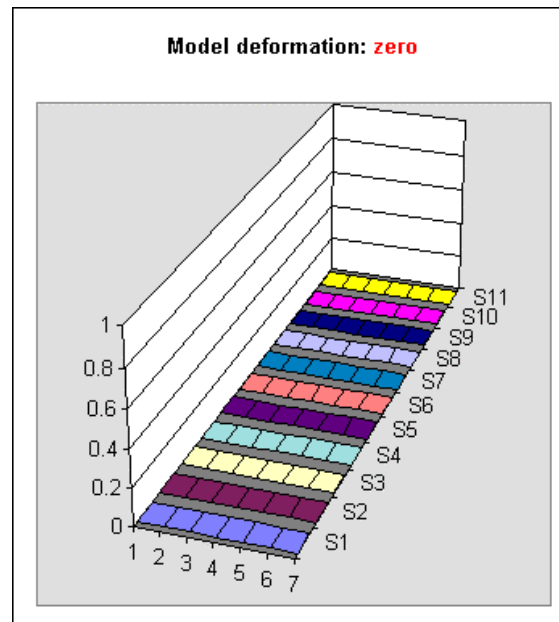
Jäännösparallaksi  $dp_x$  voidaan johtaa näistä havainnoista keskinäisen orientoinnin yhteydessä esitellyillä [projektiokaavoilla](#). Jäännösparallaksi vääristää mallin Z-koordinaatin ja sen myötä myös X- ja Y-koordinaatit. Tätä ilmiötä kutsutaan stereomallin deformaation muuttumiseksi. Käytännön tilanteissa vääristymää ei voi nähdä ja orientointi on tarkistettava mittauksin. Tarkistusmittaukset sisältävät stereomallin ulkoiseen orientointiin.

$$dz = - \frac{1}{\cancel{c}} \cdot \frac{z}{b} \cdot dp_x = \frac{z}{b} \cdot dp_x$$

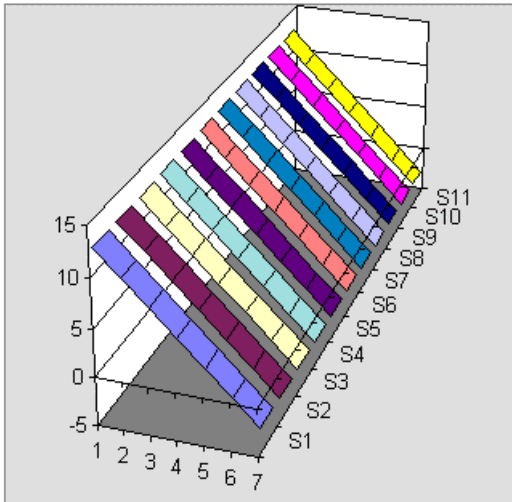
Deformaation luonnetta voi havainnollistaa tasomaisella kohteella. Tarkastellaan jäännösparallaksin vaikutusta projektiotasolla ja valitaan tasoksi  $z = -c$ . Jäännösparallaksin vaikutus z-koordinaattiin lasketaan [etäisyydenmittauksen epätarkkuutena](#)  $dz$ .

$$\begin{aligned}
dz &= -\frac{z}{b}y \cdot d\vartheta_2 + \frac{z}{b}y \cdot d\vartheta_1 \\
&+ \left(\frac{z^2}{b} + \frac{(x-b)^2}{b}\right) \cdot d\varphi_2 - \left(\frac{z^2}{b} + \frac{x^2}{b}\right) \cdot d\varphi_1 \\
&- \frac{(x-b)y}{b} \cdot d\omega_2 + \frac{xy}{b} \cdot d\omega_1 \\
&- \frac{(x-b)}{b} \cdot dbz_2 + \frac{x}{b} \cdot dbz_1
\end{aligned}$$

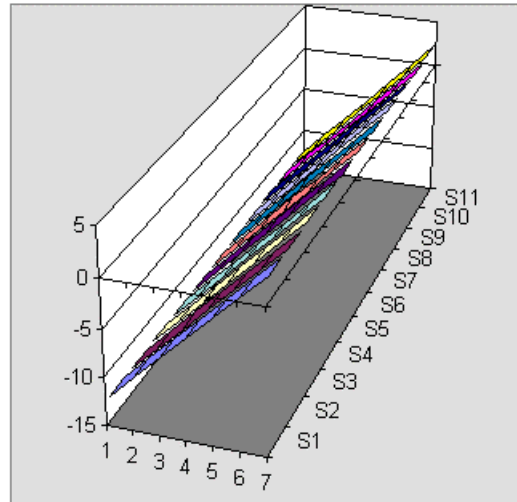
Keskinäisen orientoinnin jännösvirheiden vaikutus mallilta havaittuihin korkeuslukuihin eli  $z$ -koordinaatteihin.



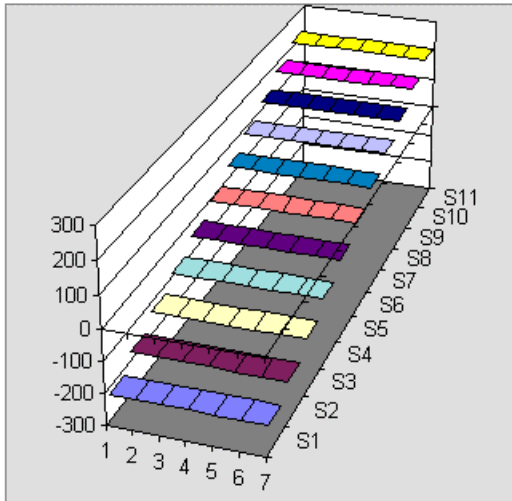
**Model deformation:  $d_{bz1}$**



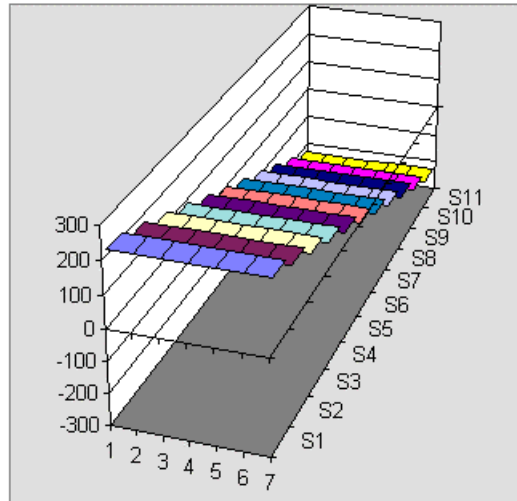
**Model deformation:  $d_{bz2}$**



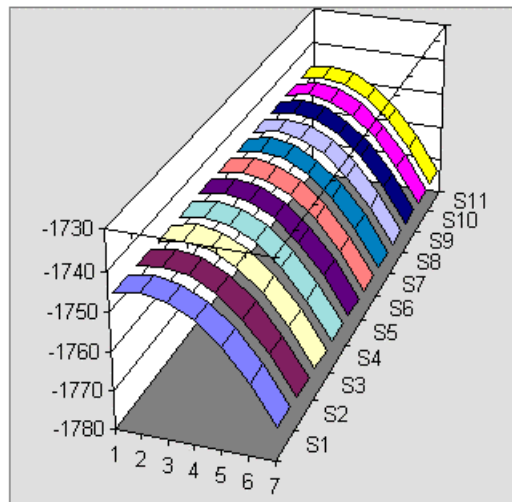
**Model deformation:  $d_{kappa1}$**



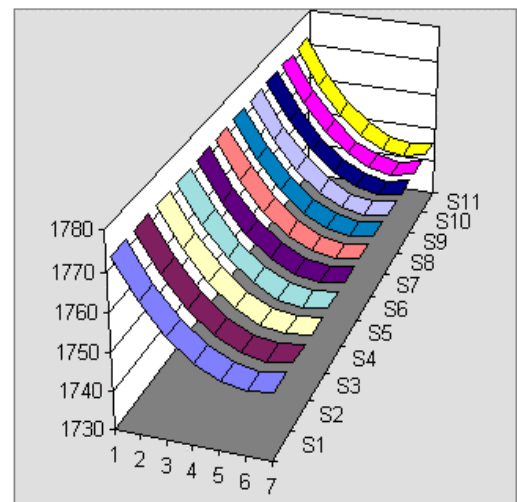
**Model deformation:  $d_{kappa2}$**



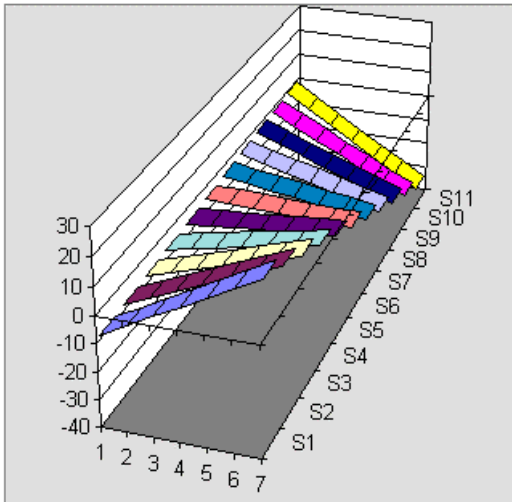
**Model deformation:  $d_{phi1}$**



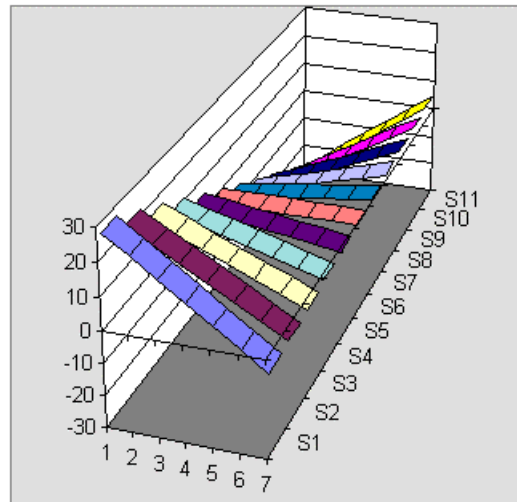
**Model deformation:  $d_{phi2}$**



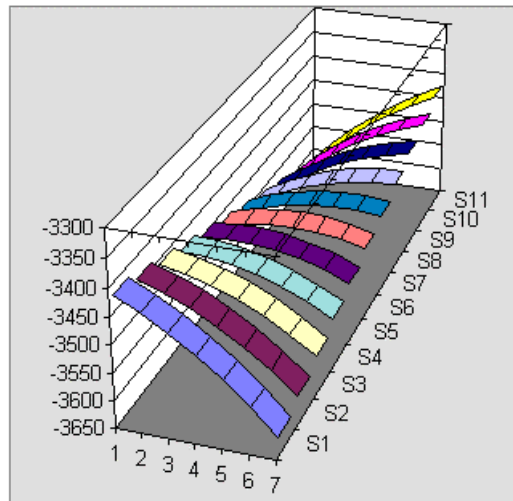
Model deformation: **d\_omega1**

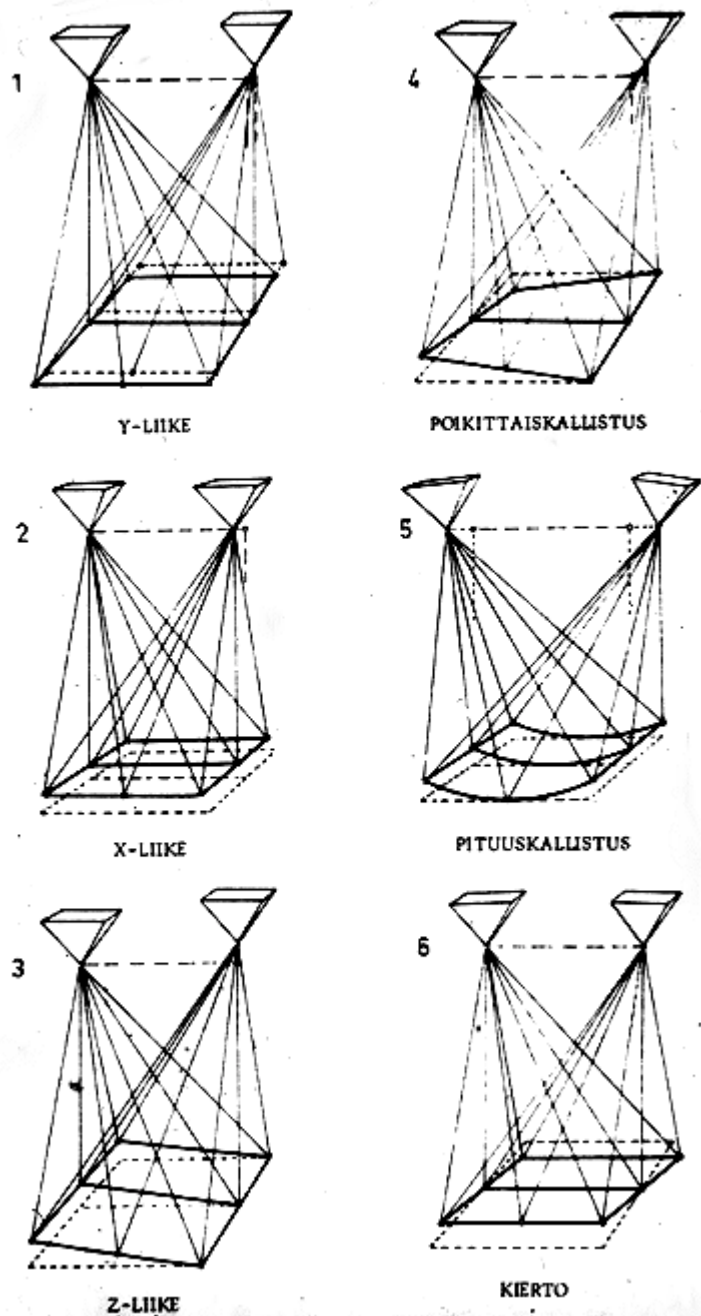


Model deformation: **d\_omega2**



Model deformation: **d\_omega**  
**d\_phi**





Mallideformaatiot voidaan havainnollistaa myös korostetuin orientointiliikkein. Vaakaparallaksin muutos projektiotasolla näkyy vastinvalonsäteiden leikkauspisteen liikkeenä projektiotasoon nähden. Kun vaakaparallaksi muuttuu mallin kaikissa pisteissä yhtä paljon (X-liike), malli nousee tai laskee, mutta mallin muoto ei muutu. Kun vaakaparallaksi muuttuu mallin eri osissa eri tavoin, mallin pinta kaartuu (poikittais- ja pituuskallistus). Z-liike ja kuvan kiertäminen Z-akselin ympäri kallistaa mallia. Y-liike ei aiheuta mallideformatioita, mutta särkee keskinäisen orientoinnin, koska se aiheuttaa jokaiseen pisteeseen vastaavan pystyparallaksin eivätkä vastinvalonsäteet enään leikkaa toisiaan.