

## Luento 3: Kuvahavainnot

### Mitä pitäisi oppia?

- Viimeistään nyt pitäisi ymmärtää kuva-, komparaattori- ja kamerakoordinaatistojen ero
- Kuvan sisäinen ja ulkoinen orientointi
- Kollineaarisuusehto!! Fotogrammetrian keskeisimpiä perusteita.

### AIHEITA

- [Kuvakoordinaatit](#)
- [Komparaattorikoordinaatit](#)
- [Kamerakoordinaatit](#)
- [Kuvahavainnot - suuntahavainnot](#)
- [Sisäinen orientointi](#)
- [Sisäisen orientoinnin laajentaminen](#)
- [Kollineaarisuusehto](#)
- [Ulkoinen orientointi](#)
- [Kameran vertaaminen teodoliittiin](#)
- [Kirjallisuutta](#)

### Kuvakoordinaatit

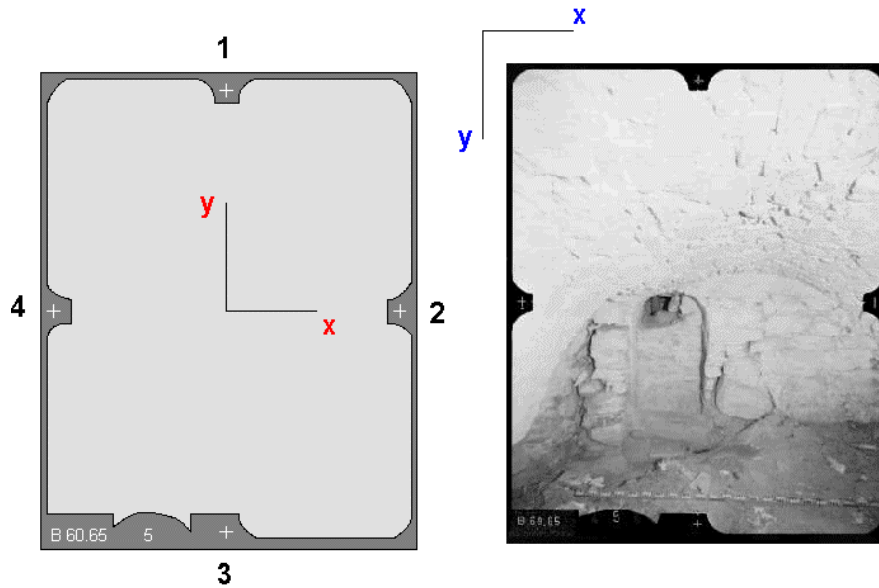
- 2-D etäisyshavainnot kuvapisteiden välillä.
- Voidaan esittää
  - komparaattorikoordinaatteina
  - pikselikoordinaatteina
  - parallakseina toisen kuvan kuvakoordinaattien suhteen
  - kamerakoordinaatteina reunamerkkien suhteen
- Oletetaan samatasoisiksi, eli kuvalla pyritään kuvattaessa rekisteröimään sädekimppu tasoleikkauksella
- Poikkeamat tasomaisuudesta voidaan tehdä korjauksina kamerakoordinaatteihin, mikäli virheet tunnetaan kalibroinnin perusteella

### Komparaattorikoordinaatit

- 2-D koordinaatteja komparaattorin havaintojärjestelmästä
  - yleisesti etäisyyksinä kahden toisiaan vastaan kohtisuoraan kiinnitetyn mittausakselin suuntaan
  - joskus myös etäisyyksinä kahdesta kiinteästä pisteestä kaarileikkauksena
- Kaksiulotteisten kuvakoordinaattien havainnot
- Origo tunnetaan, mutta sijainnilla ei merkitystä
- Komparaattorin akseliston kohtisuoruus- ja mittakaavavirheet kompensoitavissa, mikäli komparaattori kalibroitu.

## Kamerakoordinaatit

- Kameran reunamerkkien koordinaatistossa, määrää kuvatason x-akselin suunnan
- Jos ei ole kyse mittakameralla tuotetuista kuvista (ei reunamerkkejä), valitaan x-akseli kuvasivun suuntaiseksi
- Kolmiulotteisia koordinaatteja (2-D kuvakoordinaatit ja kameravakio)
- Origo projektiokeskuksessa, z-akseli leikkaa kuvatason pääpisteessä
- Kameran samasuoraisuusvirheet kompensoitavissa, mikäli kameran optiikka on kalibroitu



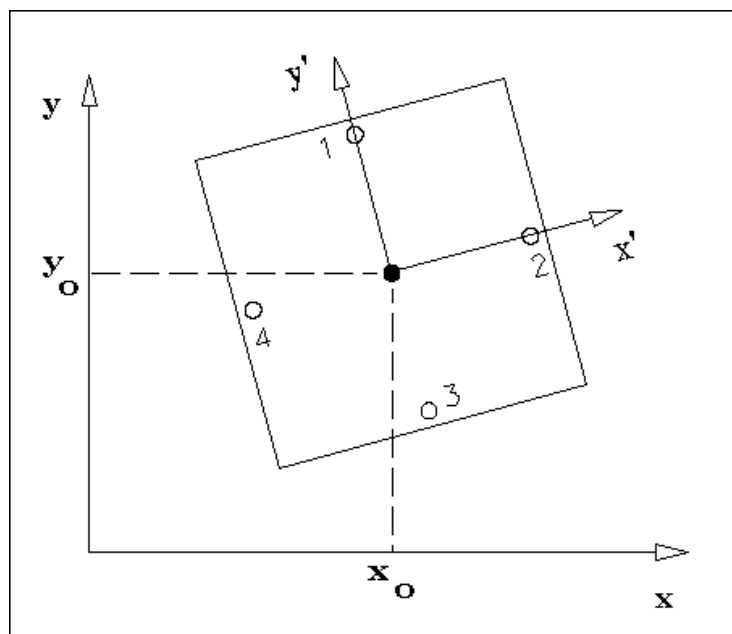
| SMK 40a, $c = 60.64$ mm |         |         |
|-------------------------|---------|---------|
|                         | x [mm]  | y [mm]  |
| 1                       | 0.000   | 47.996  |
| 2                       | 37.995  | 0.000   |
| 3                       | 0.000   | -47.996 |
| 4                       | -37.988 | 0.000   |

| SMK 40a, $c = 60.65$ mm |         |         |
|-------------------------|---------|---------|
|                         | x [mm]  | y [mm]  |
| 1                       | -0.001  | 47.992  |
| 2                       | 37.995  | 0.001   |
| 3                       | 0.001   | -48.003 |
| 4                       | -37.990 | -0.001  |

Vakioreunamerkit, SMK 40.

## Sisäinen orientointi

- Koordinaatiston muunnos 2-D kuvahavainnoista 3-D kamerakoordinaatistoon
- Vaiheet:
  - origon 2-D redukointi pääpisteeseen eli koordinaatiston xy-siirto. Mikäli reunamerkit sijaitsevat kamerassa symmetrisesti pääpisteen suhteen, xy-siirto voidaan laskea reunamerkkikoordinaattien painopisteestä
  - Kuvan kierto z-akselin ympäri. Voidaan laskea reunamerkkien avulla sekä x- että y-eroista
  - Mittakaavakerroin, voidaan laskea reunamerkkien välisistä etäisyyksistä
  - Kamerakoordinaattien z-koordinaatiksi kameravakio (-c).
- Excel-sovellus sisäisen orientoinnin laskemiseksi (ratkaisu pienimmän neliösumman menetelmällä: tarvitaan tunnetut reunamerkit ja havainnot reunamerkeille)
  - [interior orientation 6 par stereo images 1 2.zip](#)



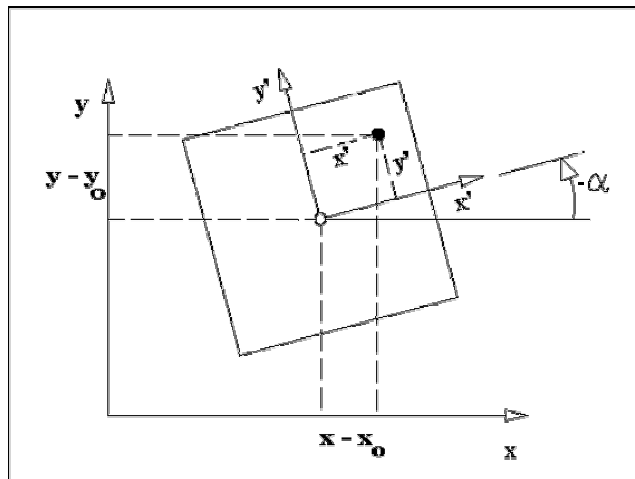
$$\bar{x}'_0 = \frac{x'_1 + x'_2 + x'_3 + x'_4}{4} \quad \bar{x}_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}$$

$$\bar{y}'_0 = \frac{y'_1 + y'_2 + y'_3 + y'_4}{4} \quad \bar{y}_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4}$$

$$x_0 = \bar{x}'_0 - \bar{x}_0$$

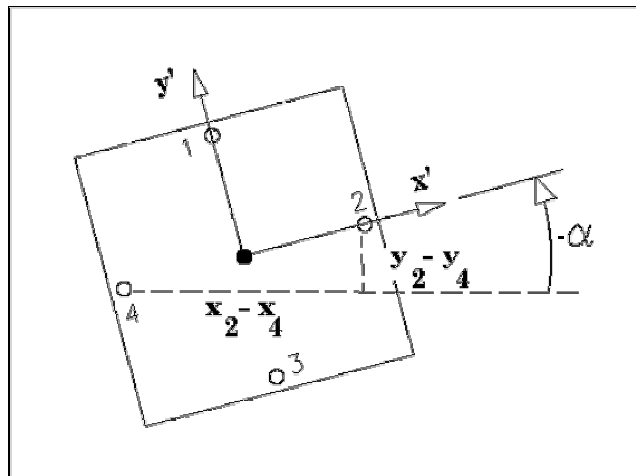
$$y_0 = \bar{y}'_0 - \bar{y}_0$$

Kuvakoordinaatiston siirtäminen pääpisteeseen.



$$\begin{aligned} x' &= x_0 + \cos \alpha x - \sin \alpha y \\ y' &= y_0 + \sin \alpha x + \cos \alpha y \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Kuvakoordinaatiston kiertäminen pääpisteen ympäri. Kuvakierto tässä tapauksessa tapahtuu vastapäivään (vrt. 3D kierrot "kiertomatriisin johto" -harjoituksessa). Huomaa, että kuvassa kierto on tehty myötäpäivään. Kuvaan on merkitty kierroksi negatiivinen alfa-kierto, jotta kuva vastaisi esitettyjä yhtälöitä.



$$\tan \alpha = \frac{y_2 - y_4}{x_2 - x_4}$$

Kuvakoordinaatiston kiertokulman laskeminen.

$$\begin{aligned} x' &= x_0 + a_{11} x + a_{21} y \\ y' &= y_0 + a_{12} x + a_{22} y \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Kaava tunnetaan nimellä affiini muunnos. Kiertoelementit  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$  eivät toteuta ortogonaalisuusehtoa eli eivät ole välttämättä suorakulmaisia, joten ne sallivat eri mittakaavan koordinaattiakseleille. Myös akselien välinen kulma voi olla eri kuin 90 astetta. Seuraavassa nämä ovat kirjoitettuna auki:

$$x' = x_0 + m_{x'} \cos \alpha_{x'} x - m_{y'} \sin(\alpha_{x'} + \alpha_{y'}) y$$

$$y' = y_0 + m_{x'} \sin \alpha_{x'} x + m_{y'} \cos(\alpha_{x'} + \alpha_{y'}) y$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \alpha_{x'} & -\sin(\alpha_{x'} - \alpha_{y'}) \\ \sin \alpha_{x'} & \cos(\alpha_{x'} - \alpha_{y'}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{x'} x \\ m_{y'} y \end{bmatrix}$$

Sisäisen orientoinnin 6-parametriset havaintoyhtälöt. Nämäkin yhtälöt pätevät vain vastapäivään tapahtuvalle kierrolle. Alemmassa muuttujat on esitetty niiden fysikaalisessa muodossa: Pääpisteen korjaukset  $x_0$  ja  $y_0$ , mittakaavakorjaukset  $m_{x'}$  ja  $m_{y'}$ , sekä koordinaatiston kierto  $\alpha_{x'}$  ja poikkeama suorakulmaisuudesta  $\alpha_{y'}$ .

$$m_{x'} = \sqrt{a_{11}^2 + a_{21}^2}$$

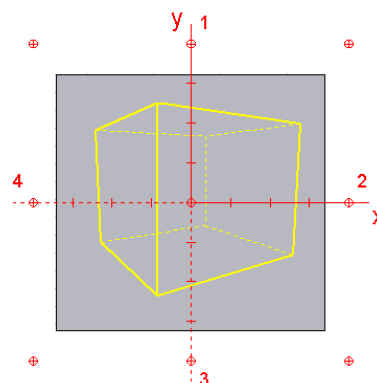
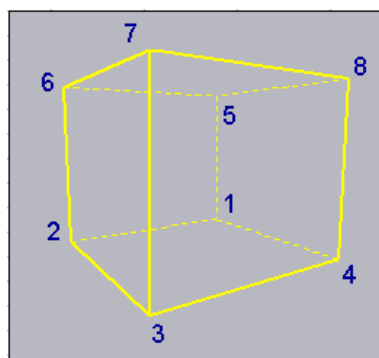
$$m_{y'} = \sqrt{a_{12}^2 + a_{22}^2}$$

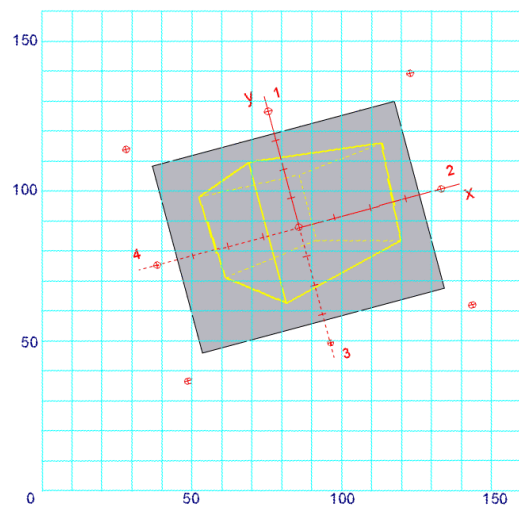
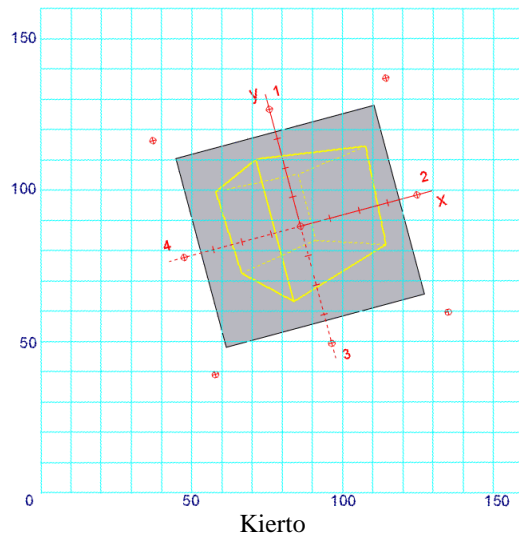
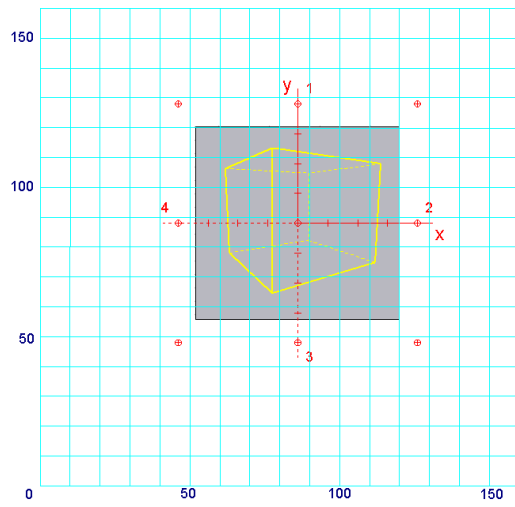
$$\tan \alpha_{x'} = \frac{a_{12}}{a_{11}}$$

$$\tan \alpha_{y'} = \frac{a_{11} a_{21} + a_{12} a_{22}}{a_{21} a_{12} - a_{11} a_{22}}$$

Sisäisen orientoinnin 6-parametristen muuttujien purkaminen fysikaalisiksi suureiksi: mittakavaat ja koordinaatiston kierrot.

## Esimerkki: Kuutio-2001



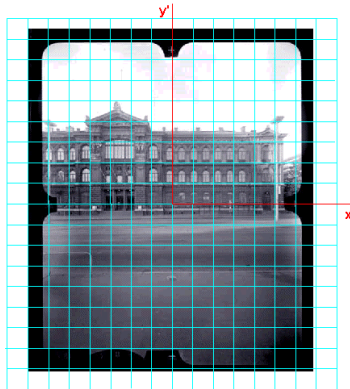


Alkuperäisen kuvakoordinaatiston akselien skaalaus

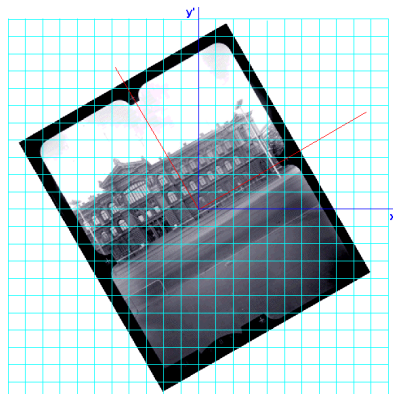
## Esimerkki: Kuvan kierto ja skaalaus

Tavoite: kiertää kuva ja muuttaa kuvan mittasuhteet oikeiksi.

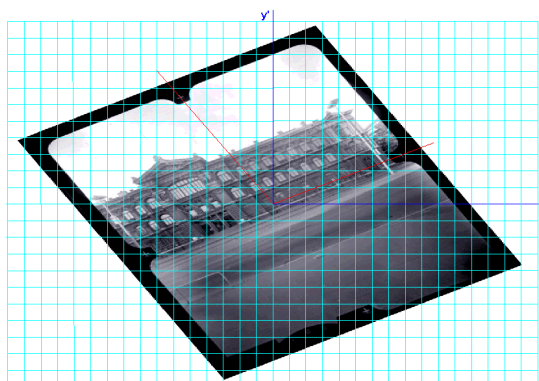
Tapa 1: ensin kierto ja sitten skaalaus?



Alkuperäisen kuvan leveys ei vastaa todellisuutta.  $x'$ -akseli on lyhentynyt ja kuva on liian kapea.

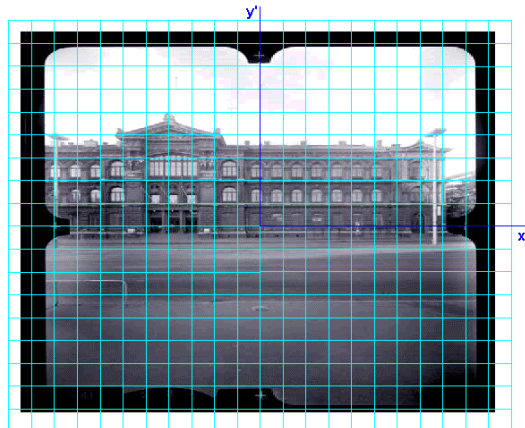


Kierto. Kiertyneessä kuvassa alkuperäinen koordinaatisto on suorakulmainen.

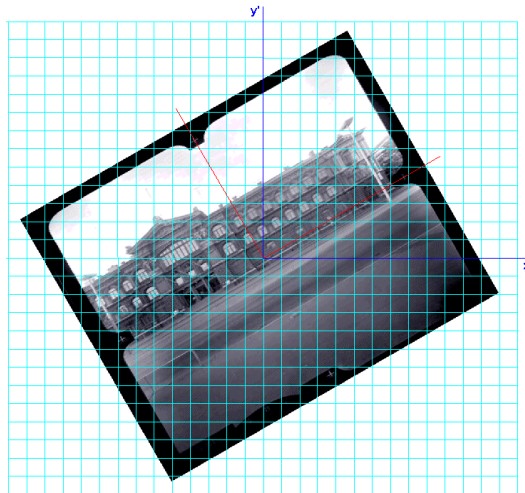


Kiertyneen kuvan skaalaus. Alkuperäisen kuvan koordinaatisto ei ole enää suorakulmainen. Johtopäätös: näin ei voi tehdä!

Tapa 2: skaalaus ja kierto



$x'$ -akseli on skaalattu oikean kokoiseksi. Kuva on aluksi käänneetty tarkasti oikean suuntaiseksi koordinaattiakseleihin nähden.



Kuva voidaan nyt kiertää. Kuvan sisäinen koordinaatisto säilyy suorakulmaisena ja mittasuhteet ovat oikein. Johtopäätös: näin saa ja pitää toimia!

## Sisäisen orientoinnin laajentaminen

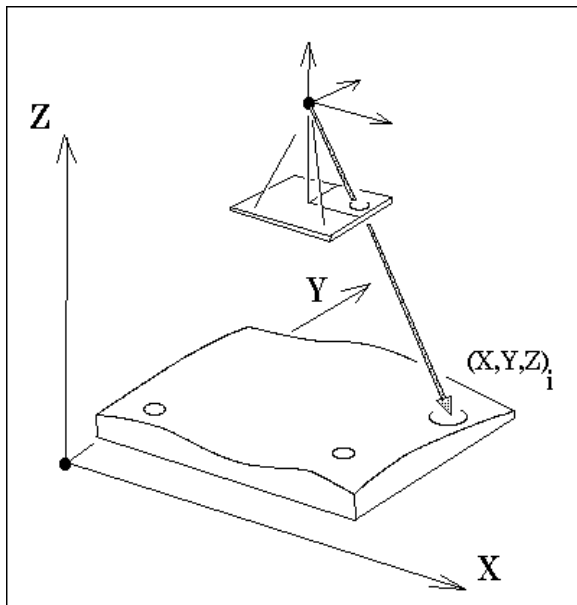
- Sisäinen orientointi on yksinkertaisimmillaan jäykkä 2-D muunnos, joka sisältää neljä parametria: xy-siirrot ja z-kierron sekä mittakaavasuhteen: kameravakio/kuvakoordinaatit.
- Näillä muuttujilla kuvahavainnot vastaavat kameran sisäisiä suuntahavaintoja projektiokeskuksen suhteen.
- Mallia voidaan laajentaa - eli suuntahavaintoja tarkentaa - muuttujilla, jotka määrittävät seuraavia fysikaalisia suureita:
  - 2 kpl:
    - pääpisteen epäkeskisyys
  - 3 kpl:
    - kuvahavaintojen affiinisuus
    - xy-akselien suorakulmaisuuksiin poikkeama
    - mittakaavaero
  - useampia, joilla korjataan optiikan piirtovirheitä:
    - pääpisteen suhteen symmetrisesti (= radiaalinen piirtovirhe)



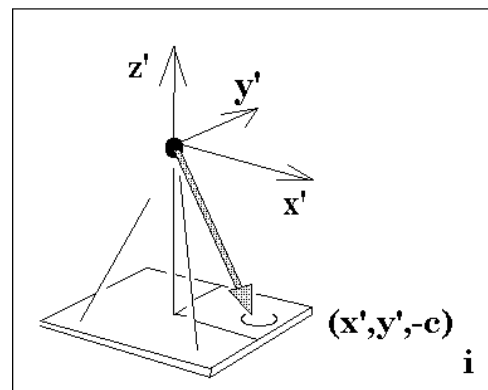
- pääpisteen suhteen epäsymmetrisesti (= tangentialinen piirtovirhe)
- Aiheesta lisää
  - [www.foto.hut.fi/opetus/220/luennot/3/3.html](http://www.foto.hut.fi/opetus/220/luennot/3/3.html)
  - [www.foto.hut.fi/opetus/260/luennot/11/11.html](http://www.foto.hut.fi/opetus/260/luennot/11/11.html)

## Kollineaarisuusehto

- Kollineaarisuus- eli samasuoraisuusehdon toteutuminen edellyttää seuraavien ehtojen toteutumista
  - Kuvahavainnoista muodostettu sädekimppu on yhdenmuotoinen sen sädekimppun kanssa, joka kuvatussa projisioituu kohteesta kameraan
  - Kuvahavainnoista muodostettu sädekimppu on ulkoisesti orientoitu kohdekoordinaatistoon
    - => kameras projektiokeskus, kuvapiste ja kohdepiste sijaitsevat samalla suoralla
- Sädekimpuista puhuttaessa oletetaan ilman muuta, että sekä kamera- että kohdekoordinaatit esitetään ortonormeeratuissa koordinaatistoissa, jolloin
  - koordinaattiakselit sijaitsevat suorakulmaisesti toistensa suhteen, ja
  - yksikkövektorit ovat samanpituiset eli muodostavat koordinaatiston sisällä yksikköympyrän
- Pisteen kuvavektori muunnetaan kamerakoordinaatistosta kohdekoordinaatistoon (ja toisin päin) ns. kollineaarisuusyhtälöitä käyttäen. Kohdepisteen 3-D koordinaatit  $(X, Y, Z)_P$  lasketaan pisteelle havaituista kamerakoordinaateista  $(x, y)$  sekä kalibroidusta polttovälillä eli kameravakiosta ( $z = f(x, y)$ ). Kalibroidulla kameravakiolla kompensoidaan myös kameraoptiikan ja kuva-anturin geometriset kuvavirheet. Kuvan ulkoinen orientointi tunnetaan projektiokeskuksen 3-D koordinaateina  $(X, Y, Z)_I$  sekä kiertomatriisina  $(a_{11} \dots a_{33})$ . Mittakaavakerroin ( $\lambda$ ) on piste- ja kuvakohtainen. Se voidaan ratkaista, kun kohdepisteen 3-D koordinaatit lasketaan yht'aikaisesti kahden projektio-pisteen suunnasta ns. eteenpäinleikkauksena avaruudessa. Koska kuvahavainnoja on kaksi kullakin kuvalla eli tässä tapauksessa yhteensä neljä ja kohdekoordinaatteja on kolme, yhtälöryhmä ratkaistaan minimoimalla kuvahavainnojen jäännösvirheet. Jäännösvirheiden avulla voidaan kullekin havainnolle laskea myös keskivirhe.



Kuvavektori kamerasta kohteeseen.



Kuvavektori kamerakoordinaatistossa.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_P = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_0 + \lambda_P \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}_I \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_P$$

Stereokuvauksen yleinen tapaus ja erityisesti silloin, kun on kyse kuvablokista. 3D pisteen laskeminen kuvahavainnosta.

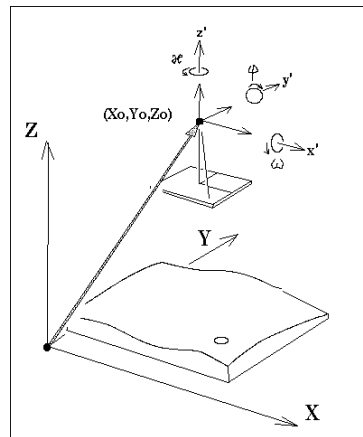
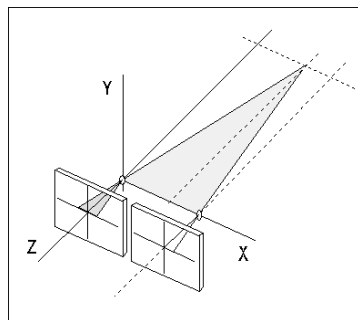
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{\lambda} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix}$$

3D pisteestä kameran projektiokeskukseen vedetyn säteen ja kuvatason leikkauspiste (kuvapiste).

- Kuvahavainnot ovat suuntahavaintoja kameran projektiokeskuksen suhteen
- Keskusprojektiio 3-D kohteesta eli sädekimppu määräytyy yksinomaan projektiokeskuksen sijainnin mukaan
- Kuva on leikkaus sädekimppun ja kuvatason välillä
- Kuvahavainnot voidaan muuntaa suuntahavainnoiksi sädekimpussa, mikäli projektiokeskuksen sijainti tunnetaan kuvatason suhteen ==> sisäinen orientointi
- Suuntahavainnot voidaan muuntaa suuntahavainnoiksi kohteessa, mikäli kuvatason sijainti ja asento tunnetaan kohdekoordinaatistossa ==> ulkoinen orientointi.

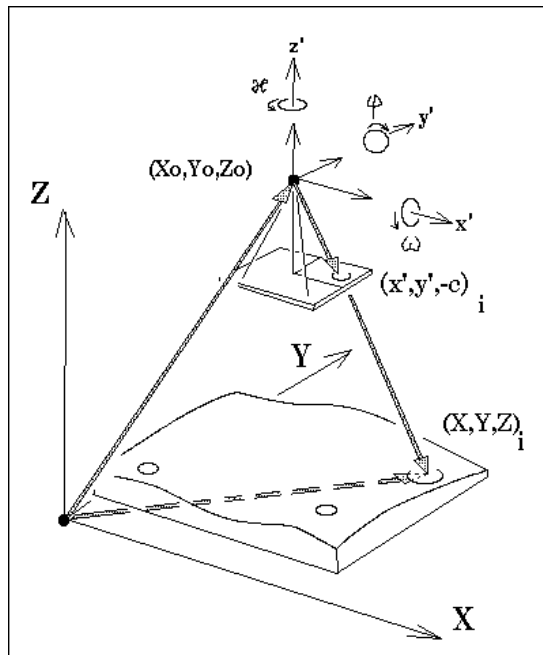
## Ulkoinen orientointi

- Sädekimppun eli yhden kuvan ulkoinen orientointi sisältää kuusi muuttujaa
  - 3 kpl: Projektiokeskuksen XYZ-koordinaatit, ja
  - 3 kpl: Koordinaatistojen väliset XYZ-kierrot
    - kappa, fii, omega
    - alfa, nyy, kappa
    - roll, pitch, yaw
    - muitakin vaihtoehtoja on olemassa (esim. kiinteiden X-,Y- ja Z-akselien ympäri)
- Kaksi ulkoisesti orientoitua ja samasta kohteesta otettua kuvaa muodostavat stereomallin. Kun kuvia on useita, puhutaan kuvablokista.
- Kuvia

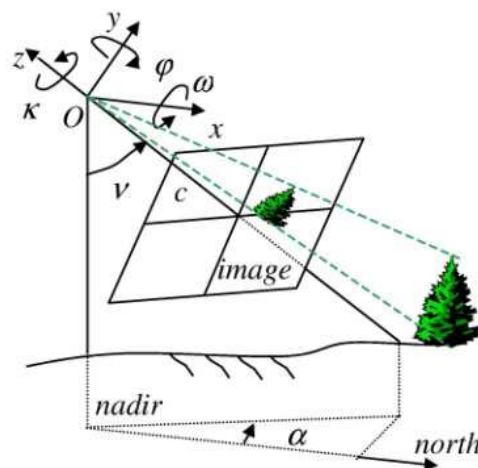


Keskinäisesti (vasen kuva) ja ulkoisesti (oikea kuva) orientoituvat kuvat

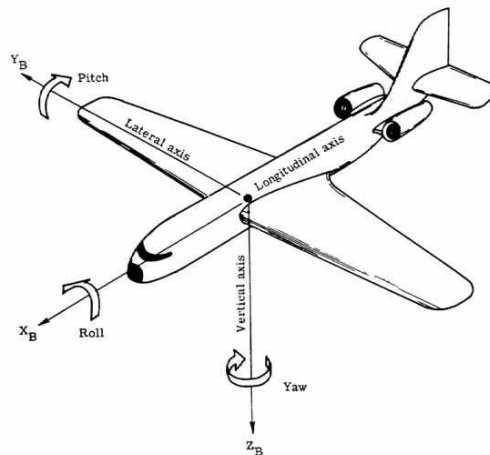
Stereomalli voidaan muodostaa ilman lähtöpisteitä tai muuta näkyvää ulkoista koordinaatistoa (keskinäinen orientointi). Kuvaparin mallikoordinaatistoksi valittiin parallaxihavaintoja tehtäessä vasemman kuvan kamerakoordinaatisto. Keskinäinen orientointi perustui pystyparallaksin havaitsemiseen ja sen järjestelmälliseen poistamiseen kuvien välisin x-, y- ja z-suuntaisiin siirroiin sekä omega-, fii- ja kappa-kierroin. Usean kuvan kuvablokeissa orientoinnit ratkaistaan alkuun kuvapareittain keskinäisinä orientointeina (kuvaliitosorientointi), kunnes ulkoinen kohdekoordinaatisto näkyy kuvaparien yhteisellä peittoalueella. mutta ratkaisun edistyessä siirrytään kuvien ulkoisiin orientointeihin. Vähimmäisedellytys yhteisen mallikoordinaatiston muuntamiseen yhteiseen kohdekoordinaatistoon on kolmen lähtöpisteen havainnot kummassakin koordinaatistossa.



Ulkoinen orientointi ja kollineaarisuusehto.



Omega-, fii-, kappa-kierrot voidaan korvata "azimuth, tilt, swing" kierroilla ( $\alpha, \nu, \kappa$ ). Nämä toimivat usein "loogisemmin" viisto- ja vaakakuvausten kanssa.



**Roll, pitch, yaw.** Lentotekniikassa koordinaatisto määritetään suureilla roll, pitch ja yaw. Kun tämä koordinaatisto kierretään  $180^\circ$  X-akselinsa ympäri, päästään fotogrammetriseen koordinaatistoon. (NASA, 2001; <http://history.nasa.gov/SP-367/appendc.htm>)

## Kameran vertaaminen teodoliittiin

- Sisäinen orientointi
  - Kamera:
    - optinen projektiokeskus, jonka sijainti tunnetaan kuvatason suhteen
    - 0-suunta esimerkiksi kuvan x-akselin suunnassa
  - Teodoliitti:
    - mekaaninen projektiokeskus pysty- ja vaaka-akselien leikkauspisteessä
    - vaakakehän nollattavissa lähtösuuntaan, pystykehä usein zeniittiin
- Ulkoinen orientointi
  - Kamera:
    - projektiokeskuksen XYZ-koordinaatit ja kierrot koordinaattiakselien ympäri lasketaan, suuntaus ja keskitäminen mahdollista vain likimäärin
  - Teodoliitti:
    - koje XY-keskistetään asemapisteele, Z- korkeus mitataan, tasataan X- ja Y-kierrot nolliksi, suunnataan Z-kiertäen toiselle XY-pisteelle

## Kirjallisuutta

- NASA, 2001. SP-367 Introduction to the Aerodynamics of Flight , Appendix C: Coordinate Systems, <http://history.nasa.gov/SP-367/appendc.htm>