

## Luento 7: Kuvan ulkoinen orientointi

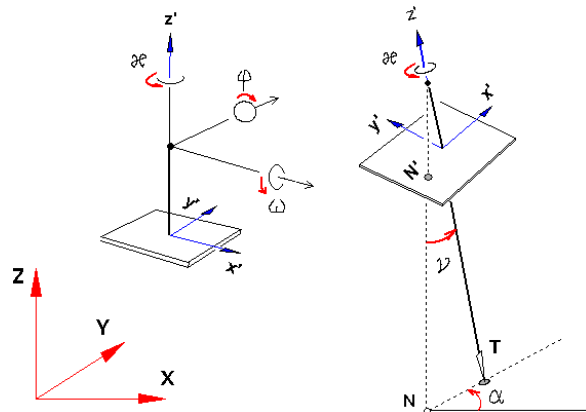
### AIHEITA

- [Ulkoinen orientointi](#)
- [Suora ratkaisu](#)
- [Epäsuora ratkaisu](#)
- [Ulkoisen orientoinnin määrittäminen kuvauksen aikana](#)
- [Esimerkki: alfa, nyy, kappa](#)

### Ulkoinen orientointi

Kun kuvan ulkoista orientointia selvitetään, täytyy sisäisen orientoinnin olla jo selvitetty. Muuten kuvahavainnot eivät ole oikeita ja ulkoinen orientointi epäonnistuu.

- Tietoa kuvan ulkoisesta orientoinnista tarvitaan silloin, kun kuvaa käytetään joko kohteen rekonstruointiin (eteenpäinleikkaus) tai kun 3D malli/pisteistö projisoidaan kuvatasolle (perspektiivinen kuvaus).
- Ulkoisen orientoinnin muuttujia on kuusi, kameran projektiokeskuksen kolme koordinaattia ja kamera- ja kohdekoordinaatiston väliset kolme kiertoa.
- Kameran ulkoista orientointia on hankala määrittää kuvaushetkellä. Kamera voidaan asettaa tunnetulle pisteelle ja se voidaan suunnata toiselle tunnetulle pisteelle, mutta kohteen tai sen perspektiivikuvan rekonstruoinnin kannalta näin havaittu ulkoinen orientointi ei ole tarkka. Sen vuoksi kuvien ulkoiset orientoinnit lasketaan kuvahavainnoista eli siitä, miten kohdekoordinaatisto "näky" kuvalla.
- Kartoituskuvauksissa kameran ulkoisia orientointisuureita havaitaan yhä yleisemmin satelliittipaikantimien ja inertia- ja kuvailmaisinten avulla. Nekkään eivät mittaa ulkoisia orientointeja suoraan, vaan pikemminkin kameran liikettä kuvauslennon aikana.
- Edellä on jo esitetty, miten kuvan ulkoisen orientoinnin voi määrittää kuvien keskinäisten orientointien ja näiltä rekonstruoidun kohdemallin absoluuttisen orientoinnin kautta. Vähimmäisvaatimuksena yhdenkin kuvan ulkoisen orientoinnin laskemiseksi on se, että kuvalla nähdään kolme sellaista pistettä, joiden kohdekoordinaatit tunnetaan.
- Yhden kuvan ulkoinen orientointi voidaan laskea joko suoraan tai epäsuorasti. Epäsuorassa ratkaisutavassa lähdetään liikkeelle orientointisuureiden likiarvoista. Näiden avulla muodostetaan **linearisoidut kollineaarisuusyhtälöt**, joissa tuntemattomina ovat orientointisuureiden parannukset. Ratkaisua toistetaan, kunnes orientointisuureista lasketut kuvakoordinaatit vastaavat kovalta havaittuja kuvakoordinaatteja. Suorat ratkaisuvaihtoehdot ovat epätarkkoja. Niiden käyttö onkin rajoittunut lähinnä orientointisuureiden likiarvojen hankintaan. Epälineaaristen yhtälöiden (kuten kollineaarisuusyhtälöt) ratkaisu pienimmän neliösumman menetelmällä vaatii hyviä lähtölikiarvoja. Tässä esitetään yhtenä esimerkkinä suorista ratkaisuista ns. **pyramidiprobleeman** ratkaisu.
- Ulkoisen orientoinnin laskeminen yhdelle kuvalle yksinään on aina epätarkempaa kuin kuvajoukon osana. Tarkimmin orientoinnit ratkaistaan kolmioimalla. Tällöin kaikkien kuvien ulkoiset orientoinnit määritetään yhtäaikaan (**blokkikolmiointi**).
- [http://foto.hut.fi/opetus/300/luennot/3/keskusprojektiokuvaus\\_kiertomatriisi.htm](http://foto.hut.fi/opetus/300/luennot/3/keskusprojektiokuvaus_kiertomatriisi.htm)



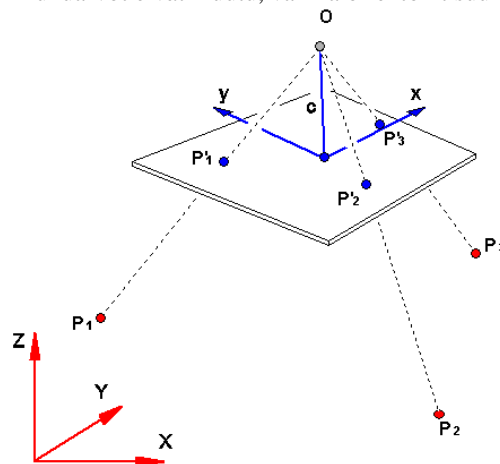
Ulkoisen orientoinnin kiertokulmat voidaan määrittää eri tavoin. Perspektiivikuvauksissa käytetään varsin yleisesti kuvaussuunnan suuntakulmaa **alfa** ja sen kallistuskulmaa **nyy** sekä kuvan kiertokulmaa **kappa**.

Kuvaussuunta voidaan ilmaista myös jonkin kohteesta valitun tähtäyspisteen **T** koordinaateilla.

Fotogrammetriassa käytetään kallistuskulmia **omega** ja **fii** sekä kiertokulmaa **kappa**. Nämä ovat perua stereokuvaparien käsittelystä ja mallien orientointikäytännöistä.

R =	$\begin{bmatrix} 0.997752 & 0.000138 & 0.067007 \\ -0.06701 & -0.00027 & 0.997752 \\ 0.000156 & -1 & -0.00026 \end{bmatrix}$		
<b>kappa</b> = ATAN(-a12/a11)	[degrees] 90.00792	[gons] <b>100.0088</b>	[radians] 1.570935
<b>phi</b> = ASIN(a13)	3.8421	<b>4.269</b>	0.067057
<b>omega</b> = ATAN(-a23/a33)	-179.985	<b>-199.983</b>	-3.14133
<b>kappa</b> = ATAN(a31/a32)	[degrees] -89.9911	[gons] <b>-99.9901</b>	[radians] -1.57064
<b>alpha</b> = ATAN(a13/a23)	86.1579	<b>95.731</b>	1.503739
<b>nyy</b> = ACOS(a33)	90.01509	<b>100.0168</b>	1.57106

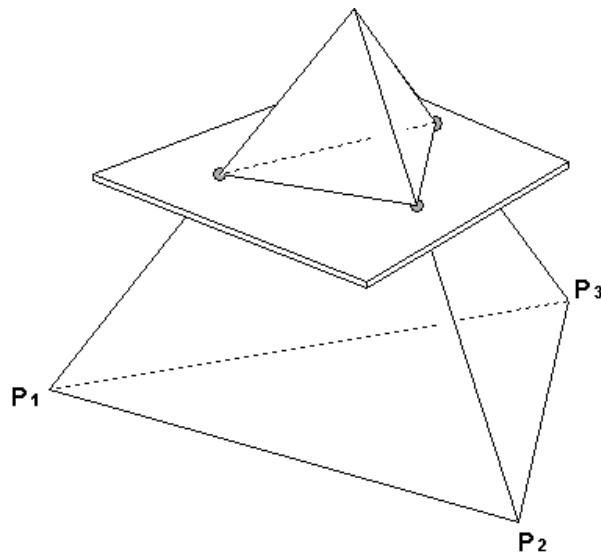
Orientointikulmat muunnetaan kiertomatriisiksi ja päinvastoin, kulmat voidaan laskea kiertomatriisista. On huomattava, että kiertomatriisin lukuarvot eivät muutu, vaikka orientointisuureet määriteltäisiinkin eri tavoin.



Kohdekoordinaatisto määritellään kolmen tunnetun pisteen  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  avulla. Ulkoinen orientointi lasketaan pisteiden kuvahavaintojen  $P'_1$ ,  $P'_2$ ,  $P'_3$  kautta ns. taaksepäinleikkauksena avaruudessa (**space resection**).

## Suora ratkaisu

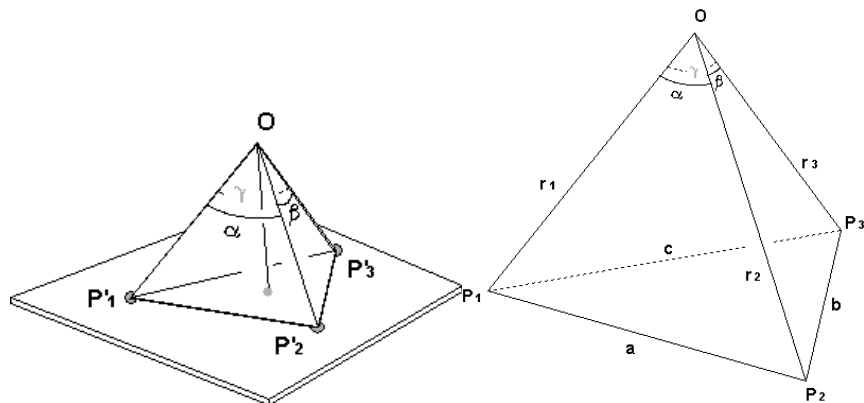
- Suoria ratkaisumenetelmiä kehitettiin fotogrammetriassa yleisesti 1800-luvulla senaikaisten ilmakuvien orientoimiseksi. Kyse oli kuumailmpallosta käsin otettujen ilmakuvien käytöstä kartoitustehtävissä. Maakuvien osalta vastaavaa vaivaa ei ollut, koska kuvat otettiin ns. fototeodoliitilla, joka orientoitiin (tasattiin ja suunnattiin) ennen kuvausta. Vuosisadan vaihteessa keksittiin stereokartoitus ja ryhdyttiin kehittämään stereokartoituskojeita, joissa kohteen rekonstruointi perustui keskinäiseen ja absoluuttiseen orientointiin. Suorat ratkaisumenetelmät kävivät käytännössä tarpeettomiksi ja kiinnostus niiden tutkimiseen ja kehittämiseen hiipui. Sitten, lähinnä 1980-luvulla niitä on alettu jälleen kehittää aktiivisesti konenäön ja tietokonegrafiikan tarpeisiin.
- Excel-sovellus
  - Taaksepäinleikkaus, kuvan ulkoisen orientoinnin laskeminen



Pyramidiprobleema. Kuva ja siltä havaitut kolme tunnettua kohdepistettä muodostavat geometrisesti määritellyn kokonaisuuden. Kameran sisäinen orientointi tunnetaan. Kolmion  $P_1P_2P_3$  suhteen ratkaisu ei ole yksikäsitteinen. Voimme esimerkiksi tarkastella jotain kolmion nurkkapistettä ja todeta, että piste voi sijaita projektiokeskuksen kautta kulkevalla suoralla vähintään kahdessa paikassa, eikä kolmion projektiokuva muuta muotoaan. Oikean ratkaisun löytäminen edellyttääkin eri vaihtoehtojen verifioimista, mihin tarvitaan neljäs piste.

	Kohdekoordinaatit			Kuvakoordinaatit		
	X	Y	Z	x	y	c
1	15	100	61	0.455	31.365	100
2	65	70	44	-49.346	8.032	100
3	60	120	53	-5.814	7.103	100
4	50	95	32	-19.597	-1.782	100

Neljän pisteen kohde- ja kuvakoordinaatit ulkoisen orientoinnin laskemiseen. Esimerkki on kirjasta *Krauss: Photogrammetry, Volume 2, s. 48.*



Apusuureet. Tetraedrin huippukulmat **alpha**, **beeta** ja **gamma** lasketaan kamerakoordinaateista, kantasivujen pituudet **a**, **b** ja **c** pisteiden kohdekoordinaateista. Näiden perusteella muodostetaan uusi muuttuja  $\mathbf{V} = \mathbf{r}_2 / \mathbf{r}_1$ , jonka ratkaisu voidaan kehittää neljännen asteen yhtälön ratkaisuksi. Alla olevassa taulukossa esiintyvät kertoimet **A**, **B**, **C** ja **D** liittyvät näiden yhtälöiden muodostamiseen.

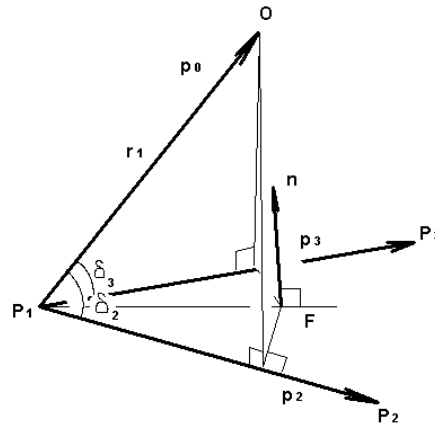
	P123O	P124O
<b>alpha</b> [rad]	0.509426	0.509426
<b>beeta</b> [rad]	0.399297	0.279383
<b>gamma</b> [rad]	0.24108	0.376011
<b>a</b> [m]	60.73714	60.73714
<b>b</b> [m]	51.049	31.52777
<b>c</b> [m]	49.88988	45.72745
<b>A</b>	1.381133	0.83627
<b>B</b>	0.001006	0.088429
<b>C</b>	0.674709	0.56682
<b>D</b>	0.706425	0.26945

	v4	v3	v2	v	const
1	-1.35335	5.471296	-8.41333	5.902285	-1.60019
2	-0.41169	1.724941	-2.64642	1.772224	-0.43877
3	0	0.147081	-0.21145	-0.05653	0.116612
4		-0.09254	0.512111	-0.77367	0.350536
5		0	4.096468	-8.74498	4.580894
6			1.525269	-3.27419	1.72234
7			0	0.011872	-0.01095
8				0.008671	-0.008

$\mathbf{v} = \mathbf{r}_2 / \mathbf{r}_1$	P123O	<b>0.922306</b>
	P124O	<b>0.922306</b>

	P123O	P124O
<b>r1</b>	123.9129	123.9129
<b>r2</b>	114.2857	114.2857
<b>r3</b>	80.15778	
<b>r4</b>		110.7247



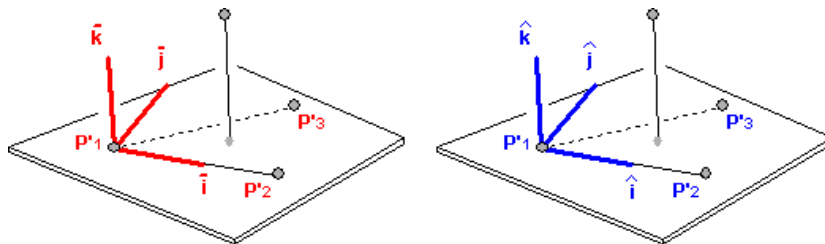
**Projektiokeskuksen koordinaattien laskeminen.** Sen jälkeen, kun tetraedrin sivujen  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$  ja  $\mathbf{r}_3$  pituudet on ratkaistu, ratkaistaan projektiokeskuksen  $O$  koordinaatit  $\mathbf{r}_1$ -,  $\mathbf{r}_2$ - ja  $\mathbf{r}_3$ -säteisten, tetraedrin vastaavissa nurkkapisteissä  $P_1$ ,  $P_2$  ja  $P_3$  sijaitsevien pallopintojen leikkauspisteeseen.

delta2	1.162083	73.98049
delta3	0.393693	25.06327

P2	P3	P2xP3	F0
50	45	580	116
-30	20	-365	-73
-17	-8	2350	470

X <sub>F</sub>	Y <sub>F</sub>	Z <sub>F</sub>	=
50	-30	-17	2991.098
45	20	-8	5709.069
116	-73	470	0

	X <sub>F</sub>	Y <sub>F</sub>	Z <sub>F</sub>	P1F	FO	X <sub>o</sub>	Y <sub>o</sub>	Z <sub>o</sub>
P123O	110.0851	166.2402	47.82057	116.6304	41.85414	120.002	159.9994	88.00111
P124O	58.64826	93.18946	25.44891	56.7048	110.177	120.0011	160.0132	87.97406



**Kiertokulmien laskeminen.** Kun projektiokeskus on ratkaistu, kuvapisteen  $P'_1$ ,  $P'_2$ ,  $P'_3$  voidaan lausua kuvatasolla kummassakin koordinaatistossa (sekä kohde- että kuvakoordinaatistossa). Kohdekoordinaatit  $P'_1, P'_2, P'_3$  on projisioitu kamera- ja kohdevektorien pituuksien suhteessa. Tämän jälkeen valitaan yksi pistepareista  $P'_1P'_2$  ja lasketaan tämän vektorin suhteen yksikkövektorit  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  ja  $\mathbf{k}$  kummassakin koordinaatistossa. Yksikkövektorit vastaavat sarakeittain järjestettynä niitä kiertomatriiseja, joilla siirrytään kummassakin koordinaatistossa tähän pisteparin  $P'_1P'_2$  mukaiseen ja kuvassa esitettyyn koordinaatistoon. Kuvan ja kohteen välinen kiertomatriisi lasketaan näiden tulona. Kiertokulmat voidaan laskea kiertomatriisin alkiosta.

	X	Y	Z	x	y	c
P1	119.9132	159.9487	87.97828	0.455	31.365	0
P2	119.9482	159.9114	87.95807	-49.346	8.032	0
P3	119.9268	159.9493	87.95726	-5.814	7.103	0

$$i = \frac{\overline{P_1 P_2}}{\| \overline{P_1 P_2} \|}$$

$$k = \frac{\overline{P_1 P_2} \times \overline{P_1 P_3}}{\| \overline{P_1 P_2} \times \overline{P_1 P_3} \|}$$

$$j = k \times i$$

$$\hat{R} = (\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$$

$$\hat{R} = (\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$$

$$x = \hat{R} x'$$

$$X = \hat{R} x'$$

$$X = \hat{R} \hat{R}^T x = R x$$

i	0,636471	-0,67816	-0,36743	-0,90554	-0,42427	0
j (kxi)	0,179983	0,593813	-0,78421	0,424267	-0,90554	0
k	0,750008	0,432998	0,500002	0	0	1

R =	0.636471	0.179983	0.750008	-0.90554	-0.42427	0
	-0.67816	0.593813	0.432998	0.424267	-0.90554	0
	-0.36743	-0.78421	0.500002	0	0	1

R =	-0.49999	-0.43301	0.750008
	0.866033	-0.25	0.432998
	7.53E-06	0.866024	0.500002

kappa	-0.85706	-49.1057	-54.5619
phi	0.848073	48.59103	53.99004
omega	2.284502	130.8923	145.4359

- Ulkoisen orientoinnin suoran ratkaisun edellytyksenä on, että kohdepisteet sijaitsevat kameran suhteen siten, että pyramidista tulee geometrisesti mahdollisimman leveä. Näin ollen pisteiden tulee olla kuvalla mahdollisimman kaukana kuvan pääpisteestä ja pääpisteen pitää puolestaan olla kuvalla näiden keskellä. Pisteiden tulee myös sijaita kohteessa eri etäisyyksillä kamerasta eivätkä ne saa olla samalla tasolla.
- Ratkaisu on matemaattisesti hyvin epästabiili eikä sitä aina tunnu heti edes löytyvän. Koska lopputulokseen vaikuttaa sekin, mitkä kolme pistettä valitaan alkuun, kannattaa ratkaisuun pyrkiä vaikkapa vaihtamalla pistejärjestystä.
- Kolmen pisteen tapauksessa esiintyy myös tilanteita, jolloin ratkaisu on mahdoton. Tällainen syntyy mm. silloin, kun sekä orientointipisteet että projektiokeskus sijaitsevat kaikki saman ympyrälieriön vaipalla.

## Epäsuora ratkaisu

- Ulkoisen orientoinnin epäsuora ratkaisu perustuu kollineaarisuusyhtälöiden linearisoimiseen. Uusien virheyhtälöiden muuttujia ovat senhetkisiin likiarvoihin tehtävät parannukset. Virheyhtälökertoimet saadaan derivoimalla kuvahavainnot muuttujiensa suhteen  $dx/d(X_0), dy/d(X_0)$ ,  $dx/d(Y_0), dy/d(Y_0)$ ,  $dx/d(Z_0), dy/d(Z_0)$ ,  $dx/d(kappa), dy/d(kappa)$ ,  $dx/d(phi), dy/d(phi)$ ,  $dx/d(omega), dy/d(omega)$ .

Vakiosarake muodostetaan laskettujen kuvakoordinaattien ja alkuperäisten kuvahavaintojen jäännösvirheistä.

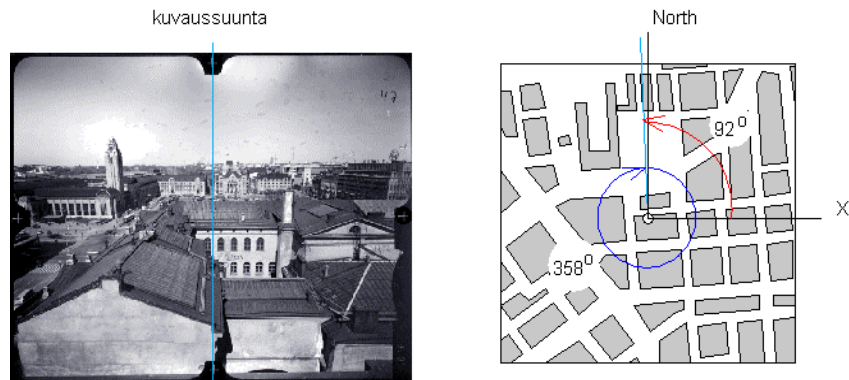
$dx/d\omega$	=	$(y-y_0)\sin(\phi)+(z-z_0)\cos(\phi)\sin(\kappa)+(x-x_0)/(z-z_0)\cos(\phi)((x-x_0)\sin(\kappa)+(y-y_0)\cos(\kappa))$
$dy/d\omega$	=	$-(x-x_0)\sin(\phi)+(z-z_0)\cos(\phi)\cos(\kappa)+(y-y_0)/(z-z_0)\cos(\phi)((x-x_0)\sin(\kappa)+(y-y_0)\cos(\kappa))$
$dx/d\phi$	=	$-(z-z_0)\cos(\kappa)-(x-x_0)/(z-z_0)((x-x_0)\cos(\kappa)-(y-y_0)\sin(\kappa))$
$dy/d\phi$	=	$(z-z_0)\cos(\kappa)-(y-y_0)/(z-z_0)((x-x_0)\cos(\kappa)-(y-y_0)\sin(\kappa))$
$dx/d\kappa$	=	$(y-y_0)$
$dy/d\kappa$	=	$-(x-x_0)$
$dx/dX$	=	$1/N((z-z_0)\cos(\phi)\cos(\kappa)-(x-x_0)\sin(\phi))$
$dy/dX$	=	$1/N((z-z_0)\cos(\phi)\sin(\kappa)-(y-y_0)\sin(\phi))$
$dx/dY$	=	$1/N((z-z_0)\cos(\omega)\sin(\kappa)+\sin(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)+(y-y_0)\sin(\omega)\cos(\phi))$
$dy/dY$	=	$1/N((z-z_0)\cos(\omega)\cos(\kappa)-\sin(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)+(y-y_0)\sin(\omega)\cos(\phi))$
$dx/dZ$	=	$1/N((z-z_0)\sin(\omega)\sin(\kappa)-\cos(\omega)\sin(\phi)\cos(\kappa)+(x-x_0)\cos(\omega)\cos(\phi))$
$dy/dZ$	=	$1/N((z-z_0)\sin(\omega)\cos(\kappa)-\cos(\omega)\sin(\phi)\sin(\kappa)+(y-y_0)\cos(\omega)\cos(\phi))$
$dx/dX_0$	=	$-dx/dX$
$dy/dX_0$	=	$-dy/dX$
$dx/dY_0$	=	$-dx/dY$
$dy/dY_0$	=	$-dy/dY$
$dx/dZ_0$	=	$-dx/dZ$
$dy/dZ_0$	=	$-dy/dZ$
$dx/dx_0$	=	1
$dy/dx_0$	=	0
$dx/dy_0$	=	0
$dy/dy_0$	=	1
$dx/dz_0$	=	$-(x-x_0)/(z-z_0)$
$dy/dz_0$	=	$-(y-y_0)/(z-z_0)$
$dx/dz$	=	$-dx/dz_0$
$dy/dz$	=	$-dy/dz_0$
N	=	$(X-X_0)\sin(\phi)-(Y-Y_0)\sin(\omega)\cos(\phi)+(Z-Z_0)\cos(\omega)\cos(\phi)$

Virheyhtälökertoimet, joista PNS-menetelmän rakennematriisi muodostuu.

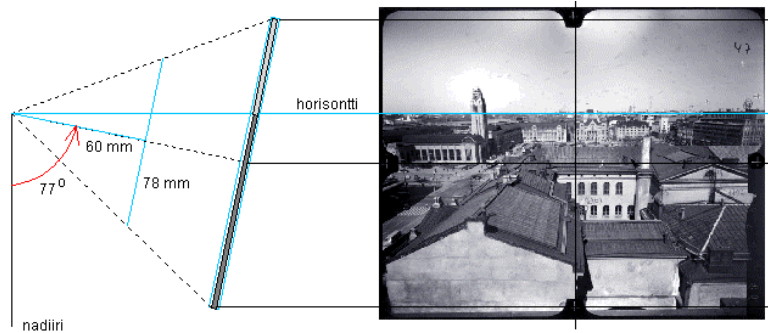
## Ulkoisen orientoinnin määrittäminen kuvauksen aikana

- Ilmakuvauksessa käytetään GPS-havaintoja kameran projektiokeskusten XYZ-koordinaattien havaitsemiseen ja kallistusantureita sekä kompassia kiertokulmien havaitsemiseen. Toisaalta kallistuksenvakaimilla ja maaliikkeen suuntaa havaitsemalla voidaan kuvauslaitteen kiertokulmien arvot pitää lähes nolliina.
- Yksikuvamittauksessa kamera usein suunnataan jonkun mittauksen kannalta tasomaisena pidetyn kohteen osan suhteen, esimerkiksi rakennuksen julkisivu, profiililaserin taso, jne.

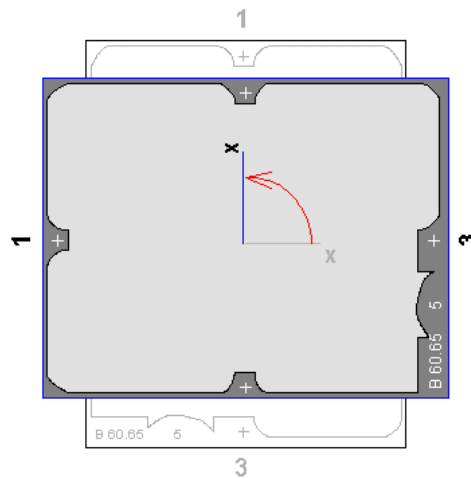
## Esimerkki: alfa, nyy, kappa



Kuvaussuunnan suuntakulma **alfa** =  $92^\circ$  X-akselin suhteen. Suuntakulma voidaan lausua myös atsimuuttina karttapohjoisen suhteen (useimmiten). Atsimuutti voidaan lausua myös kompassisuuntana, jolloin kulma luetaan kartan mukaan myötäpäivään. Tässä kompassisuunta on  $-2^\circ$  eli  $358^\circ$ .



Kuvaussuunnan kallistuskulma **nyy** =  $77^\circ$ . Kallistuskulma on  $0^\circ$ , kun kuvaussuunta on suoraan alaspäin nadiiriin.



Kuvan kiertokulma **kappa** =  $90^\circ$ .