

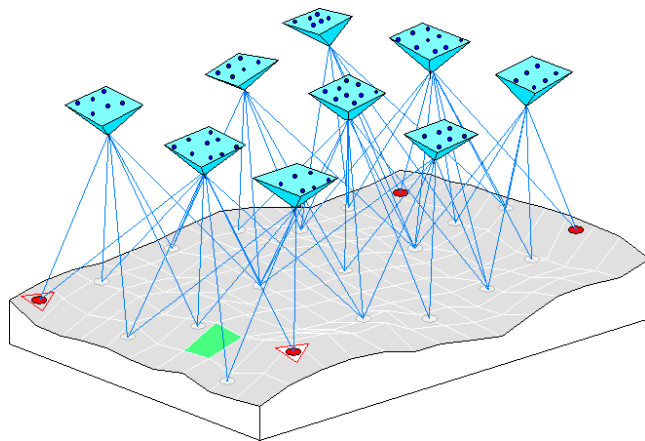
## Luento 8: Kolmiointi

### AIHEITA

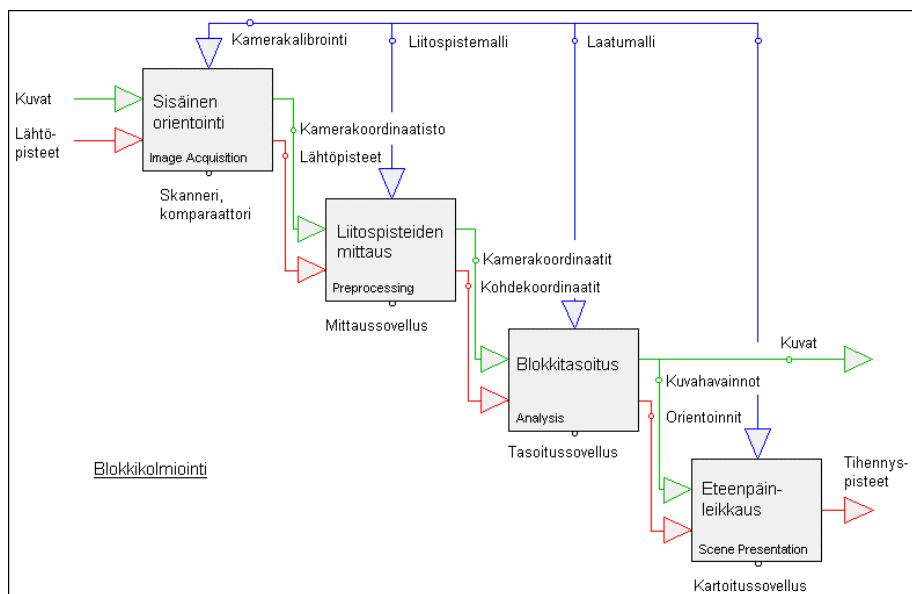
- [Kolmiointi](#)
- [Nyrkkisääntöjä](#)
- [Kuvablokki](#)
- [Blokkin pisteet](#)
- [Komparaattorit](#)
- [Ylivientipisteet](#)
- [Ilmakolmiointi fotogrammetrian kartoitussovelluksissa](#)
- [Lähtöpisteet](#)
- [Stereokartoituksen tukipisteistö](#)
- [Kolmiointi muissa sovelluksissa](#)

### Kolmiointi

- Kolmioinnin perusajatuksena on tuottaa mittauspisteille tarkkoja 3-D koordinaatteja ja kuville tarkat orientointitiedot.
- Kolmiointi tehdään aina usean kuvan muodostelmassa eli blokissa, ja blokin kuvat orientoidaan yhtäaikaaisesti toisiinsa. Kolmiointi voidaan tehdä sädekimpputasoitusella (kohteena kuvahavainnot) tai mallikolmioinnilla, jossa käytetään stereokuvilta mitattuja 3D malleja (kohteena 3D pisteet).
- Kolmioinnilla määritettyjen uusien pisteiden keskinäinen tarkkuus perustuu ensisijaisesti ns. blokin geometriaan, eli siihen, miten hyvin kuvat liittyvät geometrisesti toisiinsa. Blokin geometriaa voidaan parantaa havaitsemalla lisää kuvien välisiä yhteisiä pisteitä.
- Yksittäisen kolmiointipisteen tarkkuus on suoraan verrannollinen kuvahavaintojen tarkkuuteen. Yleensä mittauspisteet signaloidaan ja havainnot tehdään 2-D havaintoina suoraan kuvilta. Signaloinnilla varmistetaan myös siitä, että kaikilla kuvilla havaitaan samoja pisteitä. Tällä on erityisesti merkitystä konvergenttikuvauksissa.
- Kolmiointi tehdään usein suoraan kohteen koordinaatistoon, jolloin tunnettuja kohdekoordinaatteja voidaan käyttää blokin geometrian parantamiseen. Kartoitusmittauksissa näin tehdään aina.
- Jos blokin geometria on hyvä, kolmioinnilla voidaan määrittää myös kameran sisäiset orientointitiedot, kuten kameravakio, pääpisteen paikka kuvalla ja linssivirheet (=kameran kalibrointi).
- Esimerkkejä kolmiointisovelluksista ovat
  - stereokartoituksen tukipisteiden mittaus
  - kiinteistörajojen rajamerkkien mittaus
  - muodonmuutosmittaukset teollisissa sovelluksissa
  - kamerakalibroinnit.



Kolmioinnissa kuvahavainnot tehdään liitospisteinä. Liitospisteet ovat kuvien välisiä vastin pisteitä, joko signaloituja tai luonnollisia pisteitä, jotka on havaittu tarkasti. Kuvahavainnoista lasketaan sädekimput kameran sisäisen orientoinnin tiedoin ja sädekimput tasoitetaan blokkina. Kolmioinnin aikana ratkaistaan kuvien ulkoiset orientoinnit ja liitospisteiden 3-D koordinaatit siten, että ne parhaiten vastaavat kuvahavainnoita. Kun osa liitospisteistä on kolmioinnin lähtöpisteitä, joille tunnetaan koordinaatit maastossa, blokki orientoituu samaan koordinaatistoon. Tarkinta mittausta edellyttävät kohdepisteet voidaan havaita liitospisteinä. Loput kohdepisteet mitataan eteenpäin leikaten



## Nyrkkisääntöjä

**Nyrkkisääntöjä blokkitasoituksen tarkkuudesta, Kraus I mukaan** (analogiakuvat tai hyvin skannatut digitaalikuvat + analyttinen stereotyöasema/komparaattori/digitaalinen stereotyöasema + signaloidut pisteet):

**Tasotarkkuus** maastossa =  $\pm 0.003$  mm kuvalla

**Korkeustarkkuus** maastossa =  $\pm 0.003$  % lentokorkeudesta

Esimerkki 1: ilmakuvauus lentokorkeudella 3000 m, kameravakio 210 mm. Verrannosta saadaan:

$$3000 / (\text{tasotarkkuus maastossa}) = 210 / (\pm 0.003)$$

$\langle \Rightarrow \rangle$  tasotarkkuus maastossa =  $3000 * \pm 0.003 / 210 = \pm 0.042857 \text{ m} \approx \pm 4 \text{ cm}$

Korkeustarkkuus maastossa =  $\pm 0.00003 * 3000 = \pm 0.09 \text{ m} = \pm 9 \text{ cm}$

**Nyrkkisääntöjä signaalien koosta, Kraus I mukaan** (esimerkkikameran polttoväli n. 210 mm, vaikuttaa lentokorkeuteen):

signaalin halkaisija (cm) = mittakaavaluku / (300:sta 600:aan)

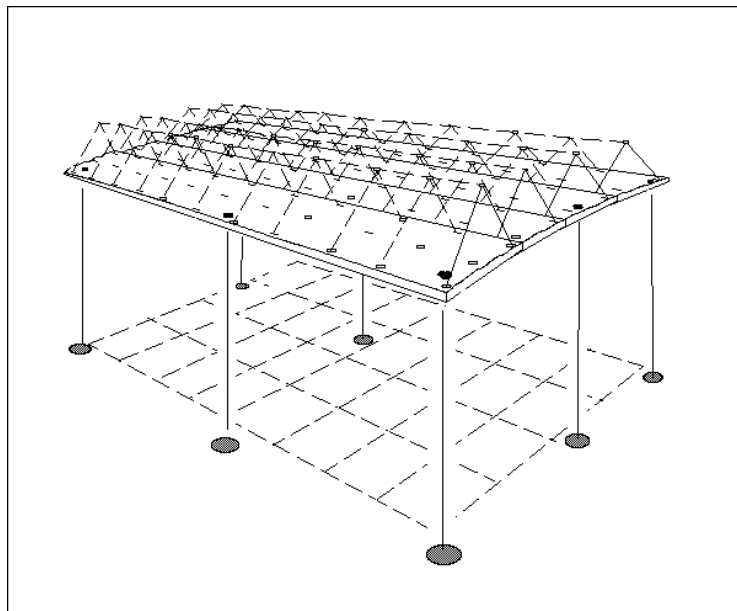
Pienimittakaavainen, 1:30 000, lentokorkeus n. 6 km  
signaalin halkaisija = 50:stä 100:aan cm

1:15 000, lentokorkeus n. 3 km  
signaalin halkaisija = 25:stä 50:een cm

Suurimittakaavainen, 1:4000, lentokorkeus n. 0.8 km  
signaalin halkaisija = 7:stä 13:a cm

## Kuvablokki

- Kuvablokki on usean kuvan muodostama kokonaisuus, jossa kuvien keskinäinen asema on tunnettu.
- Kuvablokki muodostetaan havaitsemalla kuvien välisiä yhteisiä kohdepiirteitä. Piirteet voivat olla jatkuvia tai pistemäisiä. Jatkuvat piirteet voivat olla yksiulotteisia käyriä tai kaksiulotteisia pintoja.
- Pistemäiset kohteet näkyvöitetään signaloimalla.
- Perinteisesti kuvablokin muodostamiseen on käytetty pisteitä, jotka ovat joko kohteella signaloituja tai kuvauksen jälkeen tulkittuja ja kuville merkittyjä ns. yliviivipisteitä.
- Kuvablokin pisteet havaitaan yksin kuvin ns. komparaattorimittauksena, jonka tuloksena saadaan vastinpiirteiden kuvakoordinaatit. Digitaalisten kuvien tapauksessa tämä vaihe sisältää kuvien digitoinnin ja pisteenhaun.



Blokin muodostuminen yhteenliitetyistä jonoista.

Blokkikolmiointi sädekimpputasoituksella:

$$x'_{pi} = -c \frac{a_{11i} [X_{Pi} - X_{Oi}] + a_{21i} [Y_{Pi} - Y_{Oi}] + a_{31i} [Z_{Pi} - Z_{Oi}]}{a_{13i} [X_{Pi} - X_{Oi}] + a_{23i} [Y_{Pi} - Y_{Oi}] + a_{33i} [Z_{Pi} - Z_{Oi}]}$$

$$y'_{pi} = -c \frac{a_{12i} [X_{Pi} - X_{Oi}] + a_{22i} [Y_{Pi} - Y_{Oi}] + a_{32i} [Z_{Pi} - Z_{Oi}]}{a_{13i} [X_{Pi} - X_{Oi}] + a_{23i} [Y_{Pi} - Y_{Oi}] + a_{33i} [Z_{Pi} - Z_{Oi}]}$$

Lähtökohtana kollineaarisuusyhtälöt

$$v_{xpi} = \frac{\partial x}{\partial \omega} d\omega_i + \frac{\partial x}{\partial \phi} d\phi_i + \frac{\partial x}{\partial \vartheta} d\vartheta_i + \frac{\partial x}{\partial X_O} dX_{O_i} + \frac{\partial x}{\partial Y_O} dY_{O_i} + \frac{\partial x}{\partial Z_O} dZ_{O_i} + \frac{\partial x}{\partial X_P} dX_{P_i} + \frac{\partial x}{\partial Y_P} dY_{P_i} + \frac{\partial x}{\partial Z_P} dZ_{P_i} + x_{pio} - x'_{pi}$$

$$v_{ypi} = \frac{\partial y}{\partial \omega} d\omega_i + \frac{\partial y}{\partial \phi} d\phi_i + \frac{\partial y}{\partial \vartheta} d\vartheta_i + \frac{\partial y}{\partial X_O} dX_{O_i} + \frac{\partial y}{\partial Y_O} dY_{O_i} + \frac{\partial y}{\partial Z_O} dZ_{O_i} + \frac{\partial y}{\partial X_P} dX_{P_i} + \frac{\partial y}{\partial Y_P} dY_{P_i} + \frac{\partial y}{\partial Z_P} dZ_{P_i} + y_{pio} - y'_{pi}$$

Virheyhtälöt kuvahavainnoille.

$$v_{XP} = X_P - X_G$$

$$v_{YP} = Y_P - Y_G$$

$$v_{ZP} = Z_P - Z_G$$

Virheyhtälöt lähtöpisteille.

Lisäksi sädekimpputasoitukseen voidaan liittää lisäparametreja.

## Blokin pisteet

- Kuvablokin yhteydessä puhutaan pisteistä useissa eri merkityksissä
  - kolmiointipisteitä ovat kaikki kolmiointin blokkitasoitukseen osallistuvat pisteet
  - liitospiste on mikä tahansa kahden tai useamman kuvan yhteinen piste, jolla kuvat liitetään toisiinsa blokkia muodostettaessa (= blokin sisäinen liitospiste)
  - lähtöpiste on kolmiointipiste, jonka koordinaatteja käytetään blokin sitomiseen johonkin ulkoiseen koordinaatistoon (= blokin ulkoinen liitospiste)
  - tihennyspiste on uusi piste, jolle määritetään 3-D koordinaatit kolmiointin avulla
  - tukipiste on kolmiointipiste, jonka koordinaatteja käytetään blokin deformaatioiden kontrolloimiseen
  - ylivientipiste on piste kuvalla, joka siirretään kuvalta toiselle ja useimmiten identifioidaan naapurikuvilta stereoskooppisesti

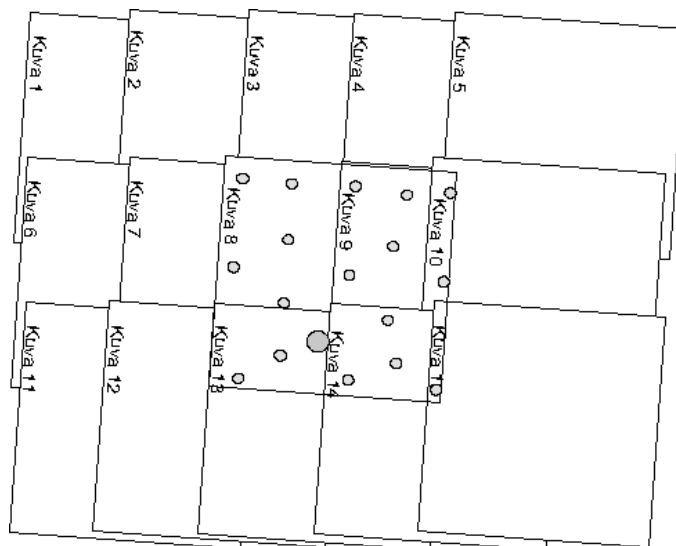
## Komparaattorit

- Kolmiointin kuvahavainnot tehdään yleensä ns. "monokomparaattorihavaintoina", koska kuvien keskinäistä orientointia ei kolmiointin alkuvaiheessa tunneta.
- Kun kolmiointi tehdään signaloimattomilla liitospisteillä, vastinpisteiden löytäminen ja havaitseminen naapurikuvilta edellyttää stereotarkastelua.
- Siitä huolimatta, että liitospiste havaitaan stereotarkastelua käyttäen, varsinainen mittaus voidaan tehdä monokomparaattorilla. Tällöin kuitenkin piste merkitään stereotarkastelua käyttäen ja yliviedään esimerkiksi mekaanisesti, jolloin pisteen havaittu paikka löytyy jokaiselta kuvalta uudestaan ilman stereotulkintaa kuvalla. Merkintä voi olla myöskin piirros.
- Komparaattoreita ovat

- monokomparaattori
  - yksi kuvakannatin mittausta varten
  - yksi okulaari (monocular) tai kaksi okulaaria (binocular)
  - monoskooppinen kuvatulkinta
  - mitattavat suureet komparaattorikoordinaatteja
- monokomparaattori-ylivientikoje
  - toinen kuvakannatin stereotulkintaa varten
  - ylivientimekanismi
- stereokomparaattori
  - kaksi kuvakannatinta mittausta varten
  - stereoskooppinen kuvatulkinta
  - mitattavat suureet komparaattorikoordinaatteja ja parallakseja
- Ylivientikojeet
  - varsinaiset pisteen ylivientikojeet, komparaattorikoordinaattien mittausta ei mahdollista (esim. Wild PUG IV).
  - komparaattori-ylivientikojeet (esim. Kern CPM-1).
  - digitaaliset fotogrammetriset kuvatyöasemat

## Ylivientipisteet

- Liitospisteitä kuvien, stereomallien ja jonojen välillä
- Mitattavan pisteen identifiointia ja merkitsemistä kovalta toiselle, useimmiten stereotulkintaa käyttäen
- Yliviety piste merkitään
  - mekaanisesti (reikä emulsioon)
  - graafisesti (skitsi paperikuvalle)
  - digitaalisesti (digitoidun kuvanosan tallentamista pikselikoordinaatein)
- Luonnollisia pisteitä
  - savupiiput, katon nurkat
  - kaivon kannet
  - teiden risteykset
- Mittaustarkkuus on huonompi kuin signaloiduilla pisteillä, koska ylivientiin sisältyy aina tulkintaepätarkkuutta.



Yhden kuvan liitospisteet blokissa.

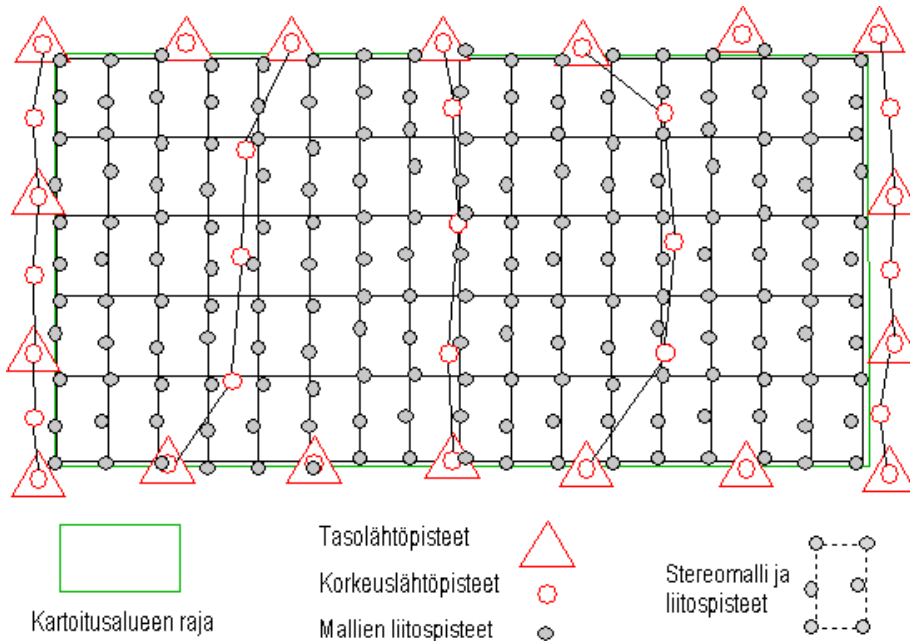
	Kuva 1	Kuva 2	Kuva 3	Kuva 4	Kuva 5	Kuva 6	Kuva 7	Kuva 8	Kuva 9	Kuva 10	Kuva 11	Kuva 12	Kuva 13	Kuva 14	Kuva 15
Kuva 1		x x			x x x										
Kuva 2	x		x x			x x x x									
Kuva 3	x x			x x	x x x x x x										
Kuva 4		x x				x x x x									
Kuva 5			x x				x x x								
Kuva 6	x x x						x x		x x x						
Kuva 7	x x x x			x				x x		x x x x					
Kuva 8	x x x x x x x								x x	x x x x x x					
Kuva 9		x x x x						x x			x x x x				
Kuva 10			x x x						x x			x x x			
Kuva 11							x x x					x x			
Kuva 12								x x x x					x x		
Kuva 13									x x x x x x					x x	
Kuva 14										x x x x					x
Kuva 15											x x x				x x

Kuvien väliset liitokset blokissa.

- [Stereokomparaattorit ja ylivientikojeet](#) (Luento 2)

## Ilmakolmiointi fotogrammetrian kartoitussovelluksissa

- Ilmakolmiointia käytetään fotogrammetrisissa kartoitussovelluksissa esimerkiksi
  - stereokartoituksessa stereomallien tukipisteiden koordinaattien määrittämiseen,
  - ortokuvauksessa kuvien ulkoisten orientointien määrittämiseen, tai
  - signaloitujen rajamerkkien koordinaattien määrittämiseen.



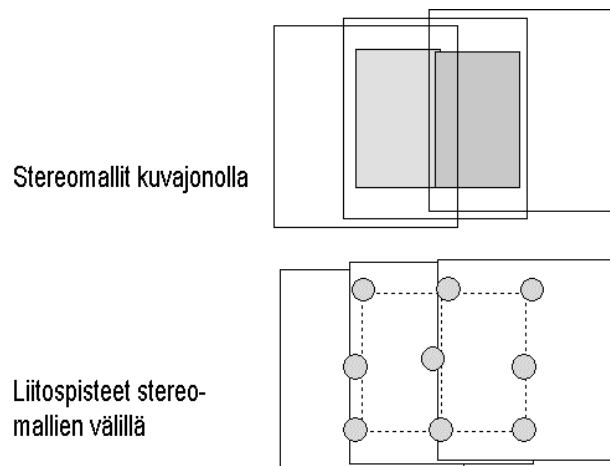
Tihennyspisteet ilmakuvablokissa.

## Lähtöpisteet

- Lähtöpisteet ovat joko XYZ-, XY- tai Z-koordinaateiltaan tunnettuja runkopisteitä kohdekoordinaatistossa.
- Ilmakolmiointi edellyttää kohdekoordinaatiston näkymistä (= signaloidut lähtöpisteet) blokin alueella: XY-koordinaattien osalta blokin reunoilla ja sisällä noin neljän kuvakannan välein, Z-koordinaattien osalta keskimäärin kahden kannan välein.
- Huomaa, että lähtöpisteitä ei edellytetä joka kuvalle, vaan stereomallien edellyttämät tukipisteistö voidaan tihentää ilmakolmiointilla.
- Lähtöpistetarvetta voidaan oleellisesti vähentää keräämällä kameran projektiokeskuksen koordinaatteja GPS-havaintoina lennon aikana.

## Stereokartoituksen tukipisteistö

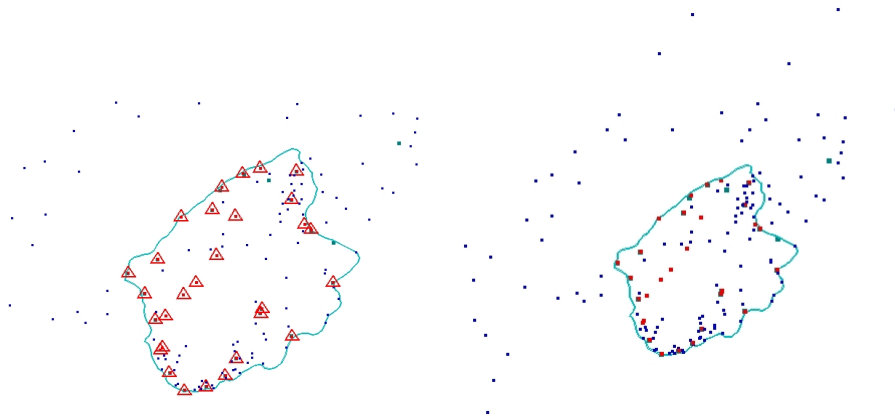
- Stereokartoitus edellyttää hyvää tukipisteistöä, jotta malli voidaan orientoida ulkoisesti maastokoordinaatistoon.
- Stereomallin tukipisteistön tulee ulottua naapurimallien yhteiselle liitosalueelle, eli vähintään yksi 3D-piste kussakin nurkassa.
- Lisäksi mallin sisäistä tarkkuutta pitää voida kontrolloida korkeustukipisteillä koko mallin alueella.
- Uusia tukipisteitä voidaan hankkia a) ilmakolmiointilla tai b) maastomittauksin.



Stereomallit kuvajonolla ja tihennyspisteet stereomallilla.

## Kolmiointi muissa sovelluksissa

- Esimerkkejä
  - Hochjochferner (*Omega-projekti*)
  - Jabal Haroun (*FJHP*)
- Deformaatiomittaukset (muodonmuutosmittaukset)
- Mittausaseman kalibrointi



PICTRAN-D

File Edit View Mode Orientation Rectification PointMeasurement Options Window ?

ID: 96 - pieni2h1907\_096.tif    ID: 91 - pieni2h1907\_091.tif    ID: 92 - pieni2h1907\_092.tif

Overview\_pieni2h1907\_096    Overview\_pieni2h1907\_091    Overview\_pieni2h1907\_092

646.000 : 262.000    Coordinate System: Réseau    Zoom: 1    F:\jaalikko\tiff\_kuvat\pasi2h1907\_092.tif

**Exterior Orientation**

Object Points:

File: icontrolpoints.ppt

ID:1	x:4972.6	y:16263.7	z:3513.6
ID:2	x:3686.3	y:15618.4	z:3142.56
ID:3	x:6245.21	y:16765.7	z:3354.4
ID:4	x:6514	y:17167	z:3188.7
ID:5	x:6945	y:17422	z:3201.5
ID:6	x:5698	y:15713	z:3151.9
ID:7	x:7452.05	y:17510	z:3252.03
ID:8	x:7795	y:17090	z:3196.2
ID:9	x:8027.54	y:16580.1	z:2808.5
ID:10	x:4008	y:14998	z:3348.5

ID: 2    Insert     Increment ID autom.

x: 5663.800    Increment:

y: 15618.43

z: 3142.560    Delete   

Open Object Point File...

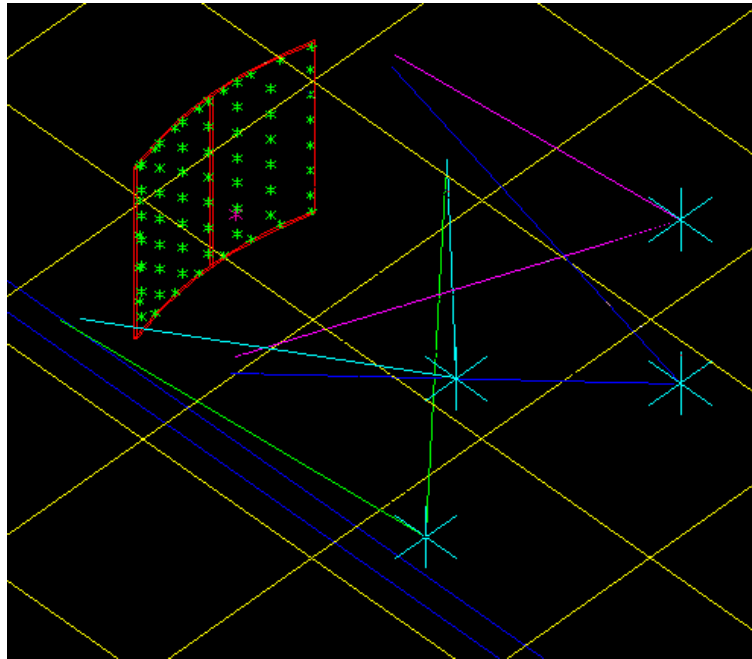
Save Object Point File...

PICTRAN-D: ID: 91 - pieni2h1907\_091.tif

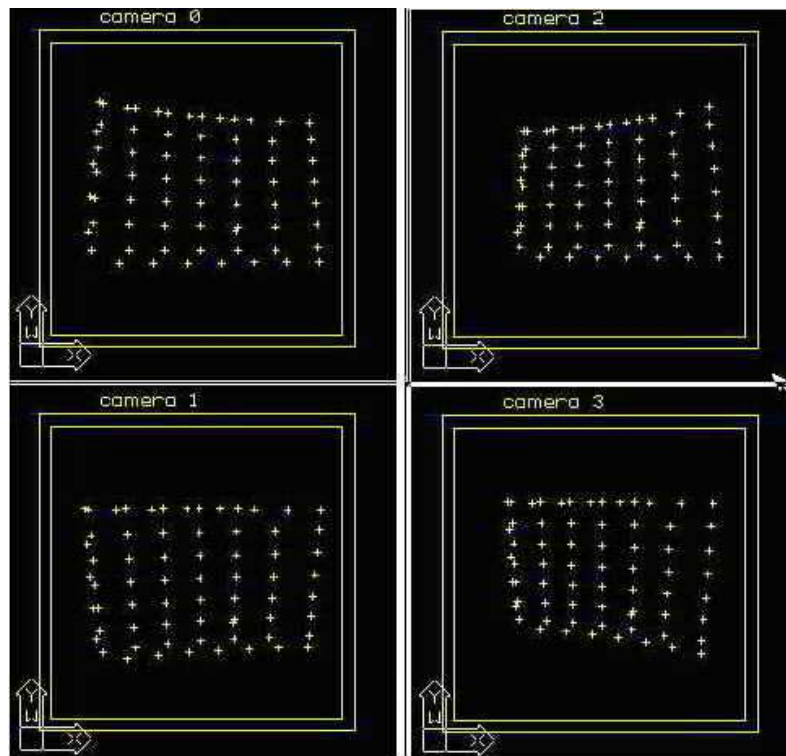
File Edit View Mode Orientation Rectification PointMeasurement Options Window ?

646.000 : 1145.000    Coordinate System: Réseau    Zoom: 1/4    F:\jaalikko\tiff\_kuvat\pasi2h1907\_092.tif    Exterior Orientation





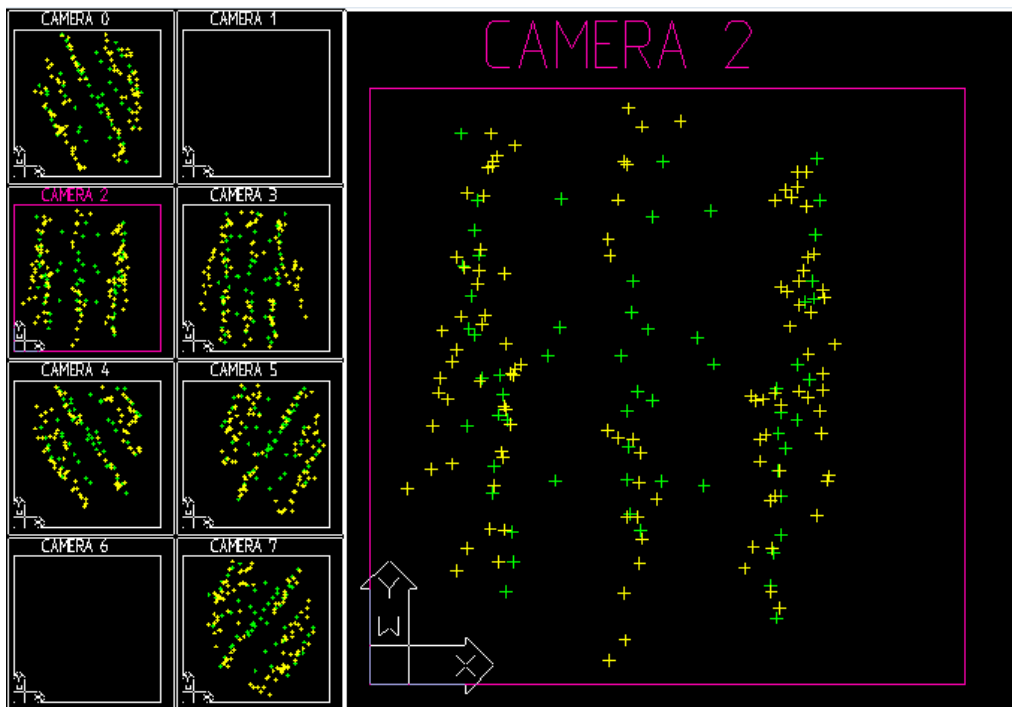
Taivutetun levyn muodon tarkistus kolmioimalla. Levyn mittauspisteiden koordinaatit 3D koordinaatit ratkaistaan blokkikolmioinnin kuluessa. (<http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Image01.html>; "Katri Oksanen's Image Collection" <http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Kuvaindex.html>)



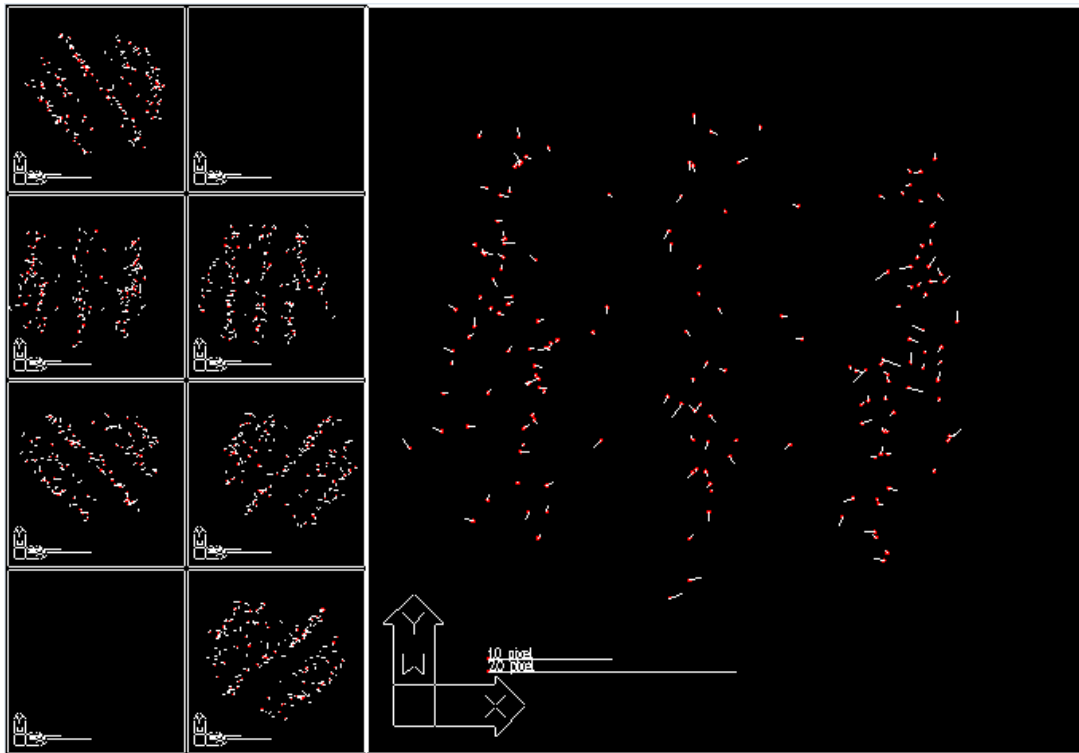
Mittauspisteet kuvittain. (<http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Image02.html>; "Katri Oksanen's Image Collection" <http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Kuvaindex.html>)



Kuvamittausasema kahdeksalla kameralla. Kuvamittausaseman kalibrointi perustuu kolmiontiin, jossa kunkin kameran keskinäinen orientointi määritetään pelkästään liitospistehavaintojen perusteella. ("Katri Oksanen's Image Collection" <http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Kuvaindex.html>)



Liitospistehavainnot kuuden kameran blokissa. (<http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Image17.html>;  
"Katri Oksanen's Image Collection" <http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Kuvaindex.html>)



Jäännösvirheet kuvilla blokkitasoituksen jälkeen.

(<http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Image15.html>; "Katri Oksanen's Image Collection"  
<http://foto.hut.fi/research/hankkeet/3d2000/images/Kuvaindex.html>)

---

[Maa-57.301 Fotogrammetrian yleiskurssi](#)

[1](#) [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) [7](#) [8](#) [9](#) [10](#)

---